

Analyse van een realistische en een traditionele rekenmethode in groep 3: verschillen tussen *Pluspunt* en *Reken zeker*

Drs. M. J. Molema

GION, april, 2010

1. INLEIDING

Het rekenniveau van Nederlandse basisschoolleerlingen is de afgelopen jaren achteruit gegaan en ons land dreigt haar sterke internationale positie te verliezen. Meest opvallend in het internationale reken-/wiskundeonderzoek van TIMMS (Gonzales, Williams, Jocelyn, Roey, Kastberg & Brenwald, 2007) is dat de Nederlandse gemiddelde en zwakke leerlingen het redelijk doen, maar de topleerlingen internationaal in prestaties zijn gezakt.

Volgens de periodieke peilingen van het rekenniveau in ons land (Hemker en Van Weerden, 2009) zijn de prestaties in bewerkingen met grote getallen en kommagetallen van leerlingen in groep 8 achteruitgegaan, terwijl deze basisbewerkingen tot de kerndoelen behoren. In de discussie wordt vooral naar de realistische rekendidactiek gewezen als oorzaak.

Omdat de *Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen* (KNAW) vindt dat de discussie op basis van gedegen wetenschappelijk onderzoek moet plaatshebben, heeft zij een commissie *Rekenonderwijs basisschool* in het leven geroepen. De commissie heeft de relatie tussen rekendidactiek en rekenprestaties onderzocht en is tot de conclusie gekomen dat er te weinig gedegen onderzoek is om te beweren dat de ene rekendidactiek, realistisch of traditioneel, beter is dan de andere. Maar, omdat te weinig basisschoolleerlingen een gevorderd niveau halen, adviseert de commissie dat het rekenonderwijs in Nederland beter kan en moet. De rol van de leerkrachten is daarbij van cruciaal belang. Veel leerkrachten hebben moeite om de rekenstof duidelijk uit te leggen en leerlingen te laten nadenken over rekenproblemen, zo bericht de Inspectie van het onderwijs in het Onderwijsverslag 2008/2009.

Omdat de rekenmethode voor leerkrachten een belangrijk middel is om leerstof over te brengen, is een goede hanteerbaarheid ervan essentieel. Een duidelijke structuur en heldere aanwijzingen voor de leerkrachten komen de instructie ten goede. Wellicht zijn sommige methodes eenvoudiger te hanteren voor leerkrachten dan andere. Het is dan ook een interessante vraag in hoeverre de structuur en helderheid van een moderne realistische rekenmethode afwijkt van een meer traditionele rekenmethode die nu op de markt verschijnt. Om deze vraag te beantwoorden, zijn de volgende vragen voor analyse van rekenmethodes opgesteld:

1. Is de leerstof in de methode helder en gestructureerd opgebouwd?
2. Is het gebruik van visuele hulpmiddelen consistent?
3. Is de aanpak en analyse van toetsing helder? En wat is de dekkingsgraad?
4. Hoe wordt gedifferentieerd en is deze methodiek helder en systematisch?

Het onderwijsaanbod voor groep 3 van twee rekenmethodes is geanalyseerd. De methodes zijn: *Pluspunt, derde versie*, een realistische methode van de uitgeverij Malmberg die op veel basisscholen gebruikt wordt, en *Reken zeker*, een rekenmethode met een traditionele inslag van Noordhoff Uitgevers die vanaf schooljaar 2010 - 2011 op de markt is gekomen en op een aantal scholen wordt ingevoerd. Er is voor groep 3 gekozen omdat in dat leerjaar er een overgang van

informeel rekenen (tellen en rekenen met de vingers) naar formeel rekenen (getallen en sommen) gemaakt moet worden die belangrijk is voor het latere begrip van getallen en rekenprocedures.

Alvorens in te gaan op de analyse van de methodes wordt eerst de ontwikkeling van rekenmethodes in de afgelopen decennia geschetst.

2. TRADITIONELE EN REALISTISCHE REKENDIDACTIEK

In de jaren vijftig en zestig van de vorige eeuw werd op de lagere school op traditionele wijze rekenen gegeven. Door allerlei ontwikkelingen (o.a. de lancering van de kunstmaan Sputnik door Rusland en de angst van de Westerse Wereld om achter te blijven) kwam er behoefte aan verbetering van het wiskundeonderwijs. Dit leidde tot internationale conferenties ten behoeve van de hervormingen in het reken- en wiskundeonderwijs. In Nederland werd onder leiding van dr. prof. Hans Freudenthal een nieuw leerplan voor rekenen en wiskunde ontwikkeld. De term 'realistisch reken- en wiskundeonderwijs' werd geïntroduceerd vanwege de alledaagse contexten waarin rekenvaardigheden werden aangeboden; contexten dienen ertoe het rekenen betekenisvoller te maken opdat leerlingen zelf kennis construeren. Wiskunde had in de basisschool vooral betrekking op de introductie van ruimtelijke meetkunde (routes, bouwsels en aanzichten zijn bekende voorbeelden) en kansrekenen. Ruimtelijke meetkunde vormt nu nog een klein deel van het programma. Begin jaren tachtig werd de realistische rekendidactiek in het basisonderwijs gelanceerd. In 1987 gebruikte ongeveer 15% van de basisscholen een realistische rekenmethode, in 2004 was dit 100%.

In de 21^{ste} eeuw komt veel kritiek op de realistische rekendidactiek, onder andere door de *Stichting Goed Rekenonderwijs* (www.goedrekenonderwijs.nl). Er worden als reactie op de toenemende ongerustheid over het Nederlandse rekenniveau van leerlingen nieuwe rekenmethodes ontwikkeld die meer gestoeld zijn op de traditionele rekendidactiek. In de traditionele rekendidactiek ligt de nadruk op het aanleren, oefenen en onderhouden van basisvaardigheden en cijferen en worden rekenonderdelen na elkaar en niet in onderlinge samenhang gepresenteerd in de rekenmethode. Daarnaast passen de bestaande, realistische rekenmethodes zich aan en nemen elementen van het traditionele rekenen over. Traditioneel rekenen kent geen uitgewerkte onderliggende theorie of expliciete visie, maar stoelt grotendeels op een cognitieve theorie van leren. Het uitgangspunt is dat leerlingen op een zo efficiënt mogelijke manier kennis en vaardigheden leren beheersen en kunnen toepassen. Daartoe moeten leerlingen de basiskennis van het rekenen systematisch krijgen aangeboden in goed overzichtelijke leerstapjes en volgens een standaardoplossingswijze.

De KNAW-commissie Rekenonderwijs basisschool heeft een aantal karakteristieken van de traditionele en realistische didactiek uiteengezet. In onderstaande tabel is een overzicht gegeven van de belangrijkste (theoretische) kenmerken van beide rekendidactieken. Hieruit blijkt dat er verschillen zijn in de overdracht van kennis en vaardigheden. Omdat de leerinhouden zoals geformuleerd in de kerndoelen vastliggen, mag worden aangenomen dat deze niet verschillen tussen methodes die met een realistische of een traditionele rekendidactiek werken. In theorie verschillen de traditionele en de realistische benadering echter behoorlijk van elkaar.

Tabel 1. Overzicht (theoretische) kenmerken traditionele en realistische rekendidactiek

Traditioneel	Realistisch
--------------	-------------

Cognitieve theorie	Constructivistische theorie
Wiskunde is een cognitieve activiteit die leerlingen leren vanuit systematisch onderwijs waarin begrippen en procedures worden uitgelegd en ingeoeft	Wiskunde is een menselijke activiteit waarbij leerlingen vanuit probleemsituaties leren om zelf kennis te construeren door oplossingswijzen en regels te ontdekken in samenspraak met anderen
Nieuwe vaardigheden worden eerst aangeboden met behulp van concreet materiaal. Aan de hand daarvan worden nieuwe opgaven uitgelegd. Het kunnen oplossen van kale opgaven zijn uitgangspunt voor instructie en oefening. Later volgen toepassingen in contexten.	Nieuwe vaardigheden worden in probleemsituaties (contexten) aangeboden waarin leerlingen onder begeleiding van de leerkracht oplossingen proberen te vinden. Opgaven worden bij voorkeur in contexten aangeboden en samen besproken
Eén standaardmethode voor een type bewerking (standaardalgoritme)	Verschillende, eigen oplossingstrategieën voor een bewerking
Aparte leerlijnen voor de verschillende leerstofonderdelen	Verstrengeling van leerlijnen
Stap-voor-stap aanleren en inoefenen van standaardalgoritmen	Zelf kennis construeren door uit te gaan van een voorstelbaar probleem en deze op te lossen met eigen oplossingsmanieren
Uitgebreid, individueel en op papier inoefenen van een opgave	Interactief leren van en met elkaar, door oplossingsmanieren te verwoorden, te vergelijken, eventueel te verdedigen of aan te passen
Oefenen van standaardalgoritmes gericht op automatiseren, dat versterkt begrip en inzicht	Oefenen gericht op verwerven van inzicht en niveauverhoging van rekenstrategieën (van informele naar formele aanpakken).

Pluspunt, derde versie, een realistische rekenmethode

De methode is in 2009 door de uitgever Malmberg in zijn derde versie uitgebracht en bevat materiaal voor alle jaargroepen van het basisonderwijs. Elk leerjaar heeft twaalf blokken van elk drie weken, waarbij een diagnostische toets in de derde week wordt afgenomen. In een les komen meerdere rekenvaardigheden aan de orde en soms wordt er aandacht geschonken aan de onderlinge relaties tussen rekenonderdelen.

Er is twee keer per week een interactieve instructieles gepland met daarnaast zelfstandige verwerking. De andere lessen zijn bedoeld voor zelfstandige verwerking van de leerstof. De handleiding geeft voor de instructie aanwijzingen voor het uitwisselen van oplossingstrategieën tussen leerlingen. Er is aandacht voor het verwerven van inzicht en voor het oefenen van vaardigheden en ook voor herhalen en automatiseren en het leren cijferen. Voor rekenzwakke kinderen wordt aangeraden één oplossingsstrategie aan te bieden.

Vanaf groep 6 zijn er werkboeken op drie niveaus (minimum, basis en plus). Er zijn in de methode verwijzingen naar het remediërende rekenprogramma *Maatwerk* en voor goede en snelle rekenaars is er vanaf groep 7 *Kien*, beide worden uitgegeven door Malmberg. Bij de methode is digibordsoftware, oefensoftware, toets- en registratiesoftware.

Reken zeker, een traditionele rekenmethode

De methode is vanaf augustus 2010 beschikbaar en bestrijkt groep 3 tot en met groep 8 van het basisonderwijs. Elk leerjaar bevat negen blokken van elk vier weken, waarbij twee diagnostische toetsen in de vierde week worden afgenomen. Het eerste blok is een herhaling van het jaar ervoor en is optioneel. Kenmerk van de methode is de centrale plek die de basisvaardigheden innemen, waarbij automatiseren, het stapsgewijs oefenen en herhalen en het gebruik van enkelvoudige strategieën uitgangspunt vormen.

Per les komt er doorgaans één basisvaardigheid aan de orde, waarin veel zelfstandig geoefend wordt na een korte instructie. In de hogere jaren worden ook andere strategieën aangeboden, waarbij zwakkere rekenaars altijd terug kunnen vallen op de standaardstrategie, om zelfvertrouwen en voldoening van deze leerlingen zo veel mogelijk te waarborgen. Getallen zijn uitgangspunt; taal is niet dominant aanwezig, maar de verwerkingsstof bevat wel contextopgaven. Sterkere rekenaars kunnen extra opgaven maken die meer verdieping geven. Er zijn pittige opgaven die in samenwerking met de *Stichting Wiskunde Kangoeroe* zijn ontwikkeld. Ze prikkelen de creativiteit en geven een extra stimulans om zelfstandig tot oplossingen te komen. Naast werkboekjes, leerboeken en handleidingen bevat de methode software voor leerlingen met oefeningen en digibordsoftware.

3. DE ANALYSE

De leerstof voor groep 3 van beide methodes wordt in de analyse als voorbeeld genomen. Deze leerstof zal een goed beeld kunnen geven van vier aspecten van het curriculum:

- de leerstofopbouw
- de visuele hulpmiddelen
- de wijze van toetsing en dekkingsgraad
- de aanpak van differentiatie voor verschillende groepen leerlingen

In de analyses is de verwerkingsstof voor leerlingen (werkboekjes, werkbladen en toetsen) uitgangspunt, de handleiding is waar nodig ter aanvulling gebruikt.

Om de *opbouw van de leerstof* in kaart te brengen, is de basisstof die leerlingen tijdens de zelfstandige verwerking maken als uitgangspunt genomen. Hierbinnen zijn drie hoofdcategorieën onderscheiden: het optellen tot 50, het aftrekken tot 50 en het splitsen tot 20. Optellen en aftrekken omvat het overgrote deel van de leerstof in groep 3 en vormt de basis voor het rekenen. Splitsen stimuleert het inzicht in de relatie tussen het optellen en aftrekken en is nodig bij bewerkingen met tentalpassering (bijvoorbeeld, $8 + 5 = 8 + 2 + 3 = 10 + 3$). Met een codeerschema is een overzicht verkregen van de opbouw in moeilijkheid door subcategorieën te onderscheiden. Als eenheid van analyse is een opgave genomen. Meestal betreft dit de opgaven die in de methode als zodanig zijn te onderscheiden: de leerling moet er een rekenbewerking uitvoeren. Een som uit een rijtje is een opgave, maar ook een contextopgave met een of meerdere stappen en een opdracht waarbij meerdere getallen op een getallenlijn moeten worden geplaatst. Een opgave zoals die in de analyse is onderscheiden is dus een afgeronde rekenopdracht die meer of minder rekenhandelingen (stappen) kan bevatten, maar waarbij steeds een eindresultaat (uitkomst) wordt nagestreefd.

Bij de analyse van *visuele hulpmiddelen* is de aanbodfrequentie van de meest gebruikte visuele materialen binnen de basisstof die leerlingen tijdens de zelfstandige verwerking maken in kaart gebracht. Visuele hulpmiddelen zijn bedoeld om rekensituaties te verduidelijken en om abstracte rekenbewerkingen voor leerlingen aanschouwelijk te maken. Idealiter slaan deze hulpmiddelen een brug tussen de situatie waarop het rekenen betrekking heeft (vijftien euro in de spaarpot en zeven

euro er uit; hoeveel euro over?) en de som die moet worden uitgerekend. Om een situatie te verduidelijken kunnen kinderen concreet telmateriaal gebruiken, maar ook een meer schematisch hulpmiddel. Voorbeelden uit de methodes zijn: de schematische getallenlijn waarop getallen en bewerkingen kunnen worden afgebeeld maar ook de concrete kralenketting waarmee op dezelfde manier kan worden gerekend, maar dan met kralen in plaats van ruimtes op een lijn. Verder is er het rekenrek met twee keer vijf kralen onder elkaar voor het rekenen tot 20. Getalreeksen worden vaak in methodes gevisualiseerd met een schema waarin leerlingen met getallen leren door- en terug te tellen, al dan niet met sprongen. Splitsmodellen worden ingezet met de bedoeling het splitsen te ondersteunen, zoals splitsbloemen. Binnen de realistische rekendidactiek wordt verder gebruik gemaakt van een aantal specifieke modellen. Een bekende is het *busmodel*, dat later verder geschematiseerd overgaat in het *pijlmodel*. Ter bevordering van de dubbelstrategie bij het optellen (en halveren bij het aftrekken), worden modellen als *tweelingen* en de *weegschaal* gebruikt. Deze modellen zullen meegenomen worden in de analyse onder de noemer 'dubbel/halven'.

Bij concrete telmaterialen gaat het onder meer om afbeeldingen in het leerlingmateriaal dat de bewerking van het optellen of aftrekken ondersteunt. Reeds lang bekend zijn de losse houten rekenblokjes, latjes van 10 en veldjes van 100 van het MAB-materiaal (*Multibase Arithmetic Blocks*). Daarmee kunnen getallen en bewerkingen tot 1000 concreet worden weergegeven en later geschematiseerd op papier.

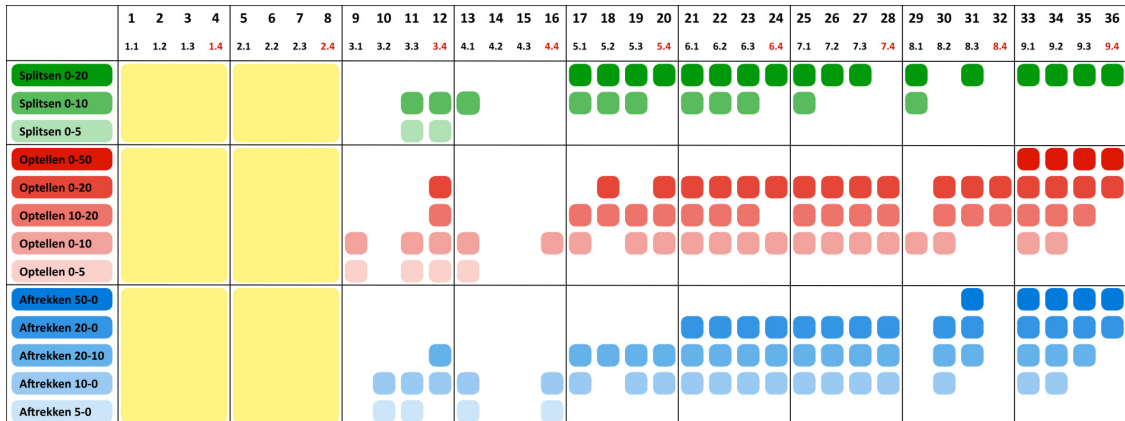
In de analyse zijn de volgende visuele hulpmiddelen onderscheiden: a) concrete hoeveelheden, b) splitsmodellen, c) getallenlijn, inclusief de kralenketting, d) getalreeksen, e) MAB-materiaal, f) rekenrek, g) bus- en pijlmodel, en h) dubbel/halven. Per week is geteld hoe vaak een hulpmiddel binnen de opgaven binnen de basis verwerkingsstof is ingezet.

Bij de analyse van de mogelijkheden voor *toetsing* zijn de volgende elementen geanalyseerd: toetsmomenten, foutenanalyse, feedback naar aanleiding van de toetsresultaten en mogelijkheden voor remediëring en verrijking (leerstof na de toets), waar differentiatie onderdeel van uitmaakt. In het verlengde daarvan is bestudeerd in hoeverre er een apart aanbod is voor zwakke en sterke leerlingen. Ten slotte is geanalyseerd in welke mate de basisstof de toetsinhoud dekt.

3. 1 Vergelijking van leerstofopbouw

Pluspunt

In figuur 1 is een overzicht gegeven van de leerstofopbouw van groep 3 in *Pluspunt*. In de linker kolom staan de subcategorieën. Alle overige kolommen stellen weken voor, in totaal zijn dat 36 lesweken. In de tweede rij van boven staat per kolom aangegeven om welk blok en welke week het gaat. Zo betekent 1.3 dat die kolom de derde week van het eerste blok betreft. Wanneer het cijfer rood is, gaat het om een week waarin een of meer toetsmomenten zitten. Wanneer in één week vijf of meer opgaven van een bepaalde subcategorie in de basisstof opgenomen zijn, dan is die subcategorie ingekleurd. De gele kleur geeft aan dat de in de analyse onderscheiden subcategorieën niet aan de orde komen, maar dat de leerlingen alleen opgaven krijgen die gericht zijn op de ontwikkeling van voorbereidend rekenen (met name: resultaatief tellen, cijfersymbolen, concrete hoeveelheden vergelijken, begrippen als meer, minder, evenveel oefenen, groepjes maken en patronen). Het is leerstof die ook in groep 2 zal zijn voorgekomen. Voor *Pluspunt* gaat dit om de weken 1 tot en met 6 (blok 1.1 – 2.3; zie figuur 1).



Figuur 2. Leerstofopbouw *Reken zeker* groep 3

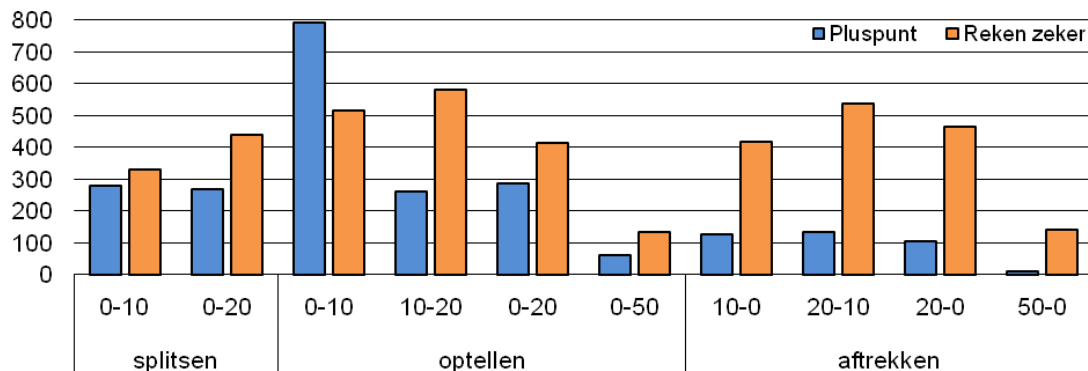
Reken zeker begint in week 9 met optellen, in week 10 met aftrekken. Bij beide bewerkingen wordt eerst gestart met bewerkingen van 0-5 en daarna van 0-10, waardoor er een opbouw in moeilijkheid wordt gerealiseerd. In week 11 worden deze bewerkingen herhaald en komt het splitsen erbij: eerst splitsen van 0-5 en later van 0-10. In week 12 worden alle vaardigheden herhaald. Deze stapsgewijze opbouw van vaardigheden is kenmerkend voor de rest van jaargroep 3.

In week 14, 15, 29 en 32 zijn echter witte gaten te zien in het schema. Verklaring is dat in blok 4 en 8 meten en meetkunde centraal staat, aangevuld met opgaven over geld. *Reken zeker* bevat veel opgaven (zie ook tabel 2). Er zijn veel sommen en korte oefeningen en naar verhouding weinig contextopgaven.

In aantal opgaven per subcategorie zijn er duidelijk verschillen tussen de rekenmethodes. In tabel 2 is daar een overzicht van gegeven, met rechts de aantallen en onder de (sub)categorieën. *Pluspunt* biedt ongeveer 1780 optel- en aftrekopgaven in de basisstof van groep 3 aan, waarvan ruim 70% het optellen betreft. Daarbij ligt duidelijk het zwaartepunt bij het optellen van 0-10. Daarnaast zijn er ongeveer 550 splitsopgaven.

De methode *Reken zeker* biedt ruim 3200 optel- en aftrekopgaven aan, dat is ongeveer 80% meer opgaven dan in *Pluspunt*. Daarnaast behandelt *Reken zeker* ongeveer 770 splitsopgaven. Opvallend is de evenwichtige verdeling tussen optel- en aftrekopgaven, beide ongeveer 50%. Zowel voor optellen als aftrekken ligt daarbij het zwaartepunt op de subcategorie 10-20 cq. 20-10, waarbij er sprake is van tentalpassering.

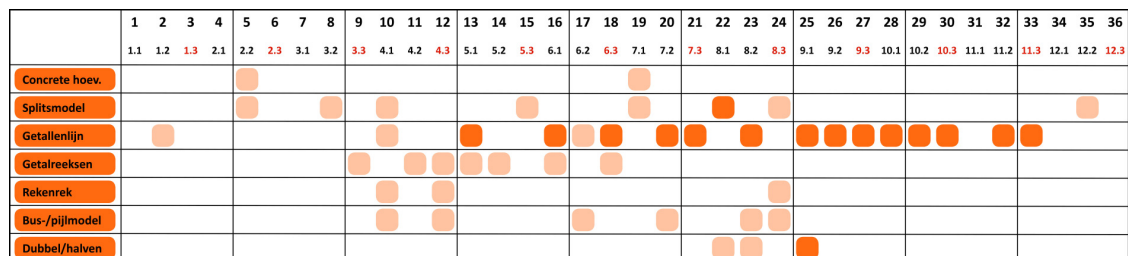
Tabel 2. Aantallen opgaven in groep 3 verdeeld over de subcategorieën.



Concluderend uit bovenstaande figuren en de tabel komt *Reken zeker* naar voren als meer gestructureerd en planmatiger opgebouwd dan *Pluspunt*. Daarbij komt dat in *Reken zeker* de basisbewerkingen optellen en aftrekken tot 20 (en 50) meer worden geoefend dan in *Pluspunt*. *Reken zeker* heeft ruim 17% meer optelsommen in de basisstof van de werkboekjes in vergelijking met *Pluspunt*. Voor splitsen betreft dit 40% meer en voor aftrekken is dit vier keer zo veel. Opvallend is de kleine hoeveelheid oefening met aftrekbewerkingen dat leerlingen krijgen in *Pluspunt* ten opzichte van *Reken zeker*.

3.2 Vergelijking van visuele hulpmiddelen

In figuur 3 is een weergave gegeven van het gebruik van visuele hulpmiddelen in *Pluspunt*. De oranje kleur betekent dat het visuele hulpmiddel minimaal tien keer voorkomt in een geplande lesweek. Bij licht oranje komt het hulpmiddel minimaal vijf, maar minder dan tien keer voor.



Figuur 3. Visuele hulpmiddelen *Pluspunt* groep 3

Pluspunt zet relatief veel visuele hulpmiddelen in, die in de meeste gevallen als model worden gebruikt, zoals binnen de realistische rekendidactiek gebruikelijk is. Voorbeeld is het busmodel dat vanaf het eerste moment wordt ingezet en later vervangen wordt door het meer abstracte pijlmodel. De getallenlijn en kralenketting worden veelvuldig ingezet, voornamelijk wanneer optel- en aftrekbewerkingen met tientalpassering aan bod komen, al schrijft de handleiding geen didactische aanwijzingen voor gericht op tientalpassering. Een nadere bestudering leert dat de kralenketting vooral in het begin wordt ingezet en later de meer abstracte getallenlijn. Het rekenrek wordt niet veelvuldig ingezet, maar sporadisch. Wel wordt in de handleiding genoemd dat zwakkere leerlingen het rekenrek mogen gebruiken, maar dit wordt niet altijd in het werkboek voor de leerling aangegeven met een icoontje. *Pluspunt* maakt geen gebruik van MAB-materiaal. Reeksen met getallen

worden in het eerste half jaar ingezet. Concrete hoeveelheden (blokjes en andere telmaterialen) worden nauwelijks ingezet ter ondersteuning van het rekenen.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
	1.1	1.2	1.3	1.4	2.1	2.2	2.3	2.4	3.1	3.2	3.3	3.4	4.1	4.2	4.3	4.4	5.1	5.2	5.3	5.4	6.1	6.2	6.3	6.4	7.1	7.2	7.3	7.4	8.1	8.2	8.3	8.4	9.1	9.2	9.3	9.4
Concrete hoef.									●	●	●	●	●			●													●							
Splitsmodel											●	●																								●
Getallenlijn					●	●	●						●				●	●	●	●					●								●	●	●	●
Getalreeksen																																				
MAB-materiaal									●	●	●	●					●	●	●	●	●	●	●	●	●	●							●			

Figuur 4. Visuele hulpmiddelen *Reken zeker* groep 3

In figuur 4 is het gebruik van visuele hulpmiddelen van *Reken zeker* te zien. Concrete hoeveelheden en MAB-materiaal worden in blok 3 gebruikt wanneer de leerlingen de eerste oefeningen met basisbewerkingen krijgen. Nadat in het vierde blok meten, tijd en geld behandeld is, wordt het MAB-materiaal in het vijfde blok en de eerste weken van blok 6 en 7 weer met regelmaat gebruikt, om de optel- en aftrekbewerkingen te ondersteunen en inzicht in de getalstructuur te bevorderen. Hoewel de getallenlijn geen grote rol heeft, wordt het op een aantal specifieke momenten gericht ingezet, zoals in blok 5 en 9 wanneer de moeilijkheidsgraad van de optel- en aftrekbewerkingen toeneemt. Ondanks dat uit het schema niet blijkt dat getalreeksen aan bod komen, worden ze regelmatig, maar in kleine hoeveelheid ingezet.

De gegevens uit de figuren 3 en 4 laten zien dat de visuele hulpmiddelen vrijwel elke week aan bod komen. Bij slechts een deel van de schoolweken is het aanbod minder frequent, bijvoorbeeld in de weken dat er andere reken-/wiskundeactiviteiten worden gedaan dan optellen en aftrekken. Maar, er is een duidelijk verschil. *Pluspunt* gebruikt vaker verschillende hulpmiddelen en vooral de getallenlijn en kralenketting. Voor *Reken zeker* valt op dat vooral het MAB-materiaal wordt gebruikt en dat concrete hoeveelheden en de getallenlijn op specifieke momenten worden ingezet. Wat opvalt, is dat *Reken zeker* het meest consequent is in het gebruik van visuele hulpmiddelen voor bepaalde typen opgaven. In *Pluspunt* is het gebruik van visuele hulpmiddelen meer divers.

3.3 Vergelijking van toetsing en differentiatie

Bij toetsing zijn de volgende elementen geanalyseerd: toetsmomenten, foutenanalyse, feedback naar aanleiding van de toetsresultaten. Verder is er aandacht voor remediëring en verrijking (leerstof na de toets), een belangrijk onderdeel van differentiatie. Ten slotte is bekeken in welke mate de basisstof de toetsinhoud dekt.

Pluspunt telt twaalf blokken van drie weken. In de laatste en derde week van een blok wordt op de dinsdag de toets afgenomen. Iedere toets bestaat uit vier opgaven, die elk een apart doel toetsen. Op het registratieblad noteert de leerkracht de score per toetsopgave per leerling. Vervolgens wordt per toetsopgave bepaald of de leerling remediëring (minder dan 60% goed), herhaling (tussen de 60 en 80% goed) of verrijking (meer dan 80% goed) nodig heeft voor het bijbehorende toetsdoel. Middels taakbriefjes wordt met de leerling de te maken verwerkingsstof gecommuniceerd.

Naast differentiatie naar aanleiding van de driewekelijkse toets is er gedurende de lessen ook differentiatie gepland. De handleiding bevat per blok aanwijzingen voor pre-teaching per blok voor zwakke leerlingen. Ook zijn er aanwijzingen voor verlengde instructie. Na de instructie zijn er oefenopgaven op twee niveaus; naast

de basisopgaven zijn er een of meer plusopgave voor de sterkere leerling, aangeduid met een icoontje. Voor rekenzwakke leerlingen wordt de verlengde instructie voorgeschreven met één oplossingsstrategie. Voor rekensterke leerlingen is er het aparte werkboek *Pluspunters* met extra en moeilijkere opgaven. Daarnaast is er software voor het oefenen van rekenvaardigheden, echter moet deze apart worden aangeschaft.

Voor het bepalen van de mate van toetsdekking is een derde van het totaal aantal toetsen in groep 3 geanalyseerd, dat overeenkomt met vier blokken. Hieruit blijkt dat alle toetsdoelen in de basisstof aan de orde komen, waarbij gemiddeld 65% van de basisopgaven gericht is op de toetsdoelen; 35% van de basisstof wordt binnen eenzelfde blok niet getoetst (zie tabel 3). Omdat de methode aangeeft nieuwe doelen pas in het blok erna te toetsen, is een tweede berekening gemaakt dat hiermee rekening houdt, door te bepalen welke opgaven die niet getoetst worden in het blok, wel in het volgende blok worden getoetst. Dit geldt voor 72% van de betreffende opgaven. Het percentage van opgave dat wordt getoetst in hetzelfde of daaropvolgende blok komt daarmee op 90%. De overgebleven 10% is voor de helft gericht op meten en ruimtelijk inzicht, een vierde op getalbegrip en van het resterende deel is onduidelijk wat het doel is.

Tabel 3. Mate van toetsdekking *Pluspunt* groep 3

		Blok				Totaal
		I	II	III	IV	
Toetsopgave	gericht op toetsdoel zelfde blok	68%	63%	67%	63%	(65%)
	gericht op toetsdoel volgende blok	18%	28%	24%	29%	(25%)
	niet gericht op toetsdoel	14%	9%	9%	8%	(10%)
Totaal aantal toetsopgaven		44	46	46	48	184
		100	100	100	100	100
		%	%	%	%	%

Reken zeker telt negen blokken van vier weken. In de vierde week vanaf blok 2 worden, na een herhaling op maandag, twee toetsen afgenomen op dinsdag en woensdag. Op donderdag maken de leerlingen, afhankelijk van hoe ze de toets hebben gemaakt *Maatwerk* (minder dan 80% goed op de toets) of *Meesterwerk* (80% of meer goed), of een combinatie hiervan gedifferentieerd naar toetsdoel. In de laatste les wordt het blok op een speelse manier afgesloten waarbij leerlingen samenwerken. In blok 4 en 8 zijn ook toetsen met contextopgaven opgenomen.

De reguliere lessen bevatten naast de zes of zeven opdrachten met basisopgaven twee extra opgaven voor tempo- (voor snelle rekenaars) en niveaudifferentiatie (voor betere en snelle rekenaars). Voor rekenzwakke leerlingen wordt verlengde instructie voorgeschreven. Standaard wordt één oplossingsstrategie aangeboden in groep 3. Voor rekensterke leerlingen is er het aparte werkboek *Speurwerk* met extra en moeilijkere opgaven. Daarnaast kan apart aan te schaffen software voor het oefenen van rekenvaardigheden worden gebruikt.

De toetsen van drie blokken zijn geanalyseerd, dat neerkomt op een derde van het totaal aantal toetsen in groep 3, om te berekenen wat de mate van toetsdekking is (zie tabel 4). De twee toetsen per blok zijn daarbij als één toets beschouwd. Alle toetsdoelen worden gedekt in de basisstof. Van de basisstof is 94% gericht op de toetsdoelen binnen hetzelfde blok. De overige opgaven zijn voor de helft gericht op het schrijven van cijfers in getallen en woorden, de andere helft richt zich op het vergroten van getalbegrip.

Tabel 4. Mate van toetsdekking *Reken zeker* groep 3

	Blok			Totaal
	I	II	III	
Toetsopgave gericht op toetsdoel	88%	98%	94%	94%
n niet gericht op toetsdoel	12%	2%	6%	6%
Totaal aantal toetsopgaven	82	98	103	282
	100	100	100	100
	%	%	%	%

Uit tabel 3 en 4 is op te maken dat het aantal toetsopgaven bij *Pluspunt* dat niet gericht is op de toets binnen hetzelfde blok, grotendeels door het volgende blok wordt getoetst. Ondanks dat is de basisstof van *Reken zeker* in grotere mate gericht is op de toets dan in *Pluspunt*.

4. CONCLUSIES

De opbouw binnen de basis verwerkingsstof van aftrekbewerkingen en het splitsen is in *Reken zeker* meer gestructureerd, waarbij een duidelijke opbouw in moeilijkheid te onderscheiden is vergeleken met *Pluspunt*. Hetzelfde geldt voor de optelbewerkingen, al is dit verschil tussen beide methodes kleiner. Waar *Pluspunt* de verschillende soorten bewerkingen gemengd aanbiedt, biedt *Reken zeker* vaak één soort per les aan, echter in herhalingslessen wordt het optellen wel afgewisseld met aftrekopgaven. Contextopgaven dienen voor toepassing van kennis, ze komen op gezette momenten voor in de blokken van *Reken zeker*. Het zwaartepunt wordt gelegd op de tientalpassering binnen de optel- en aftrekbewerkingen, terwijl *Pluspunt* de nadruk op de meer makkelijke categorie 0-10 legt. Verder is het verschil in hoeveelheid basisopgaven in de verwerkingsstof opvallend: *Reken zeker* biedt veel meer oefening dan *Pluspunt*, dat nog geen derde van het aanbod in *Reken zeker* voor de aftrekbewerking bevat. Daarbij biedt *Reken zeker* ongeveer net zoveel optel- als aftrekbewerkingen aan, terwijl *Pluspunt* de nadruk legt op de optelbewerkingen en de aftrekbewerkingen relatief weinig worden geoefend.

Reken zeker gebruikt minder visuele middelen maar is het meest consequent in het gebruik ervan voor bepaalde typen opgaven. *Pluspunt* gebruikt meer visuele hulpmiddelen, maar zet ze meer divers in. De getallenlijn en kralenketting worden in toenemende mate gedurende groep 3 ingezet door *Pluspunt* bij de ondersteuning van het optellen en aftrekken, onder andere om de bewerking met tientalpassering te ondersteunen. *Pluspunt* gebruikt het rekenrek om de opbouw van de getalstructuur inzichtelijk te maken, al wordt dit hulpmiddel maar weinig als standaard ingezet voor opgaven met tientalpassering. In de handleiding ontbreekt het daarbij aan didactische aanwijzingen voor rekenen met tientalpassering. Concrete hoeveelheden worden weinig ingezet bij de ondersteuning van bewerkingen in de basisstof die leerlingen tijdens de zelfstandige verwerking maken. Daarnaast biedt *Pluspunt* wel een aantal diverse modellen zoals het bus- en pijlmodel. In *Reken zeker* wordt het MAB-materiaal veelvuldig gebruikt, vooral op momenten dat een nieuw soort bewerking wordt aangeleerd en er stevig wordt geoefend. Belangrijke struikelblokken in het rekenen van leerlingen zijn het optellen en aftrekken met tientalpassering. Deze worden door *Reken zeker* met behulp van de strategie 'aanvullen tot 10' aangeleerd met ondersteuning van het MAB-materiaal.

Zowel *Pluspunt* als *Reken zeker* differentieert in de wekelijkse verwerkingsstof. Zo bevat *Pluspunt* in groep 3 opgaven op twee verschillende niveaus (basis en plus) en biedt *Reken zeker* naast de basisopgaven twee extra opgaven voor tempo- (voor

snelle rekenaars) en niveaudifferentiatie (voor betere en snelle rekenaars). Ook schrijven beide methodes voor rekenzwakke leerlingen verlengde instructie voor. *Reken zeker* biedt standaard één oplossingsstrategie per soort bewerking aan in groep 3, welke in de hogere groepen uitgebreid worden. *Pluspunt* biedt meerdere oplossingsstrategieën per bewerking aan in groep 3, maar raadt aan de rekenzwakke leerlingen één oplossingsstrategie per bewerking te hanteren. Beide methodes bieden voor de rekensterke leerlingen een apart werkboek aan met extra en moeilijke opgaven.

Pluspunt telt in totaal twaalf toetsen waarbij contextopgaven in de toetsen verweven zijn. Eens in de drie weken wordt er een toets afgenomen, waarna afhankelijk van de uitkomst gedifferentieerd wordt op drie niveaus per toetsdoel: remediëring, herhaling of verrijking. *Reken zeker* telt in totaal zestien toetsen: twee per blok, met uitzondering van het eerste blok. Eén keer in de vier weken worden twee toetsen achter elkaar afgenomen met sommen. Er zijn aparte toetsen met contextopgaven in blok 4 en 8. Afhankelijk van de uitkomst maakt de leerling remediëring/herhaling of verrijking. De mate waarin de basisstof in *Reken zeker* de toetsdoelen dekt, is 94% en daarmee hoger dan *Pluspunt*: 65%. *Pluspunt* biedt echter opgaven aan die gericht zijn op toetsdoelen in het daarop volgende blok. Na rekening hiermee te houden is de toetsdekking 90% en iets lager dan *Reken zeker*.

LITERATUUR

- Hemker, B.T., & Weerden, J. van (2009). *Peiling van de rekenvaardigheid en de taalvaardigheid in jaargroep 8 en jaargroep 4 in 2008*. Arnhem: Cito.
- Inspectie van het Onderwijs (2008). *De staat van het onderwijs. Onderwijsverslag 2008/2009*. Utrecht: Inspectie van het Onderwijs.
- KNAW (2009). *Rekenonderwijs op de basisschool. Analyse en sleutels tot verbetering*. Amsterdam: KNAW.
- Gonzales, P., Williams, T., Jocelyn, L., Roey, S., Kastberg, D., and Brenwald, S. (2008). *Highlights From TIMSS 2007: Mathematics and Science Achievement of U.S. Fourth- and Eighth-Grade Students in an International Context* (NCES 2009-001 Revised). National Center for Education Statistics, Institute of Education Sciences, U.S. Department of Education. Washington, DC.
- *Pluspunt (derde versie)* (2009). 's-Hertogenbosch: Malmberg.
- *Reken zeker* (2010). Houten: Noordhoff Uitgevers.