

University of Groningen

Elke positieve actie begint met critiek"

van Gemert, Sacha

IMPORTANT NOTE: You are advised to consult the publisher's version (publisher's PDF) if you wish to cite from it. Please check the document version below.

Document Version

Publisher's PDF, also known as Version of record

Publication date:

2006

[Link to publication in University of Groningen/UMCG research database](#)

Citation for published version (APA):

Bastide-van Gemert, S. L. (2006). Elke positieve actie begint met critiek": Hans Freudenthal en de didactiek van de wiskunde. [Groningen]: Rijksuniversiteit Groningen.

Copyright

Other than for strictly personal use, it is not permitted to download or to forward/distribute the text or part of it without the consent of the author(s) and/or copyright holder(s), unless the work is under an open content license (like Creative Commons).

Take-down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

Downloaded from the University of Groningen/UMCG research database (Pure): <http://www.rug.nl/research/portal>. For technical reasons the number of authors shown on this cover page is limited to 10 maximum.

HOOFDSTUK 3

Hans Freudenthal – een schets

3.1 Hans Freudenthal – een impressie

“... elke positieve actie begint met critiek” schreef Freudenthal in 1944 in zijn ‘Rekendidaktiek’.¹ Deze uitspraak zou hij zijn hele leven trouw blijven. Kritisch was hij, zowel naar zichzelf:

Mijn hele leven ben ik een slecht leermeester geweest. Ik was me er ook van bewust en om er het beste van te maken ben ik al vroeg over onderwijs gaan nadenken. Aan mijn leraren heb ik me niet gespiegeld, evenmin als, wat opvoeding betreft, aan mijn opvoeders. Of wel, maar dan in de zin van: het moest beter. Aan mezelf heb ik me aldoor gespiegeld. Ook: het moest beter.²

... als naar het werk van anderen:

Son intelligence était particulièrement aigüe et son esprit critique acéré. Mieux valait pour vous que vos travaux lui plaisent car ses remarques pouvaient être des flèches redoutables! [...] Arracher les mauvaises herbes et semer [...], là était son devoir.³

... maar altijd met de positieve bedoeling mensen verder te helpen:

However, this critical stance regarding knowledge did not necessarily mean that he was also critical of the person. He was, to my eyes, a very supportive and sympathetic colleague, and he saw another of his major responsibilities as being that of helping people.⁴

Freudenthal presenteerde zelf een bescheiden man:

1 Hans Freudenthal, ‘Rekendidaktiek’ (ongepubliceerd 1944) 91; RANH, Hans Freudenthal Papers, inv.nr. 465. Zie ook hoofdstuk 4.

2 Freudenthal, *Schrijf dat op*, *Hans* 335-336.

3 J. Adda, ‘Freudenthal *curisief*. Hans Freudenthal (1905-1990)’, *Nieuwe Wiskrant* 10 (1991) 26.

4 A. Bishop, ‘Freudenthal *curisief*. HF-an inspiration in the search for truth’, *Nieuwe Wiskrant* 10 (1991) 13.

Zelfs wat ik wiskundig heb gewrocht is, voor zover het zijn nut heeft bewezen, al in de kringloop opgenomen en van het minst onbelangrijke dat ooit aan mijn wiskundig brein is ontsproten, kent haast niemand de bron.⁵

... maar wel één die niet over zich heen liet lopen:

‘Don’t shout at me, because I can shout as loud as you can and in more languages!’⁶

Een man die ontzag inboezemde:

Nu was Freudenthal in die tijd niet iemand waarbij je veilig ging vragen wat hij precies bedoelde. We waren eigenlijk een beetje bang voor hem en begrepen niet, dat diens scherpe kritieken helemaal niet betekenden dat hij je dom vond. Jaren later leerde ik dat hij het juist in iemand waardeerde als die met hem in debat wilde gaan, maar als jong leraar begon je daar niet aan.⁷

... met het uiterlijk van de typische professor, met pijp en vlinderstrikje, wiens naam ergens voor stond:

Een magische naam. Die magie werd onmiddellijk bevestigd door de eerste ontmoeting: deze professor zag er precies uit zoals een professor eruit diende te zien. Bovendien was zijn gedrag geheel in overeenstemming met zijn uiterlijk.⁸

Freudenthal was geen wiskundige die zich liet opsluiten in zijn spreekwoordelijke ivoren toren. Zijn kennis en interesse beperkten zich niet tot een smal wetenschappelijk gebied:

Er zijn wetenschappers en er zijn geleerden. Hans Freudenthal was een geleerde. Er zijn er wier werkzaamheid zich geheel afspeelt in de beslotenheid van de wetenschappelijke wereld en er zijn er wier activiteiten de grenzen hiervan ver overschrijden. Tot deze laatste categorie behoorde Hans Freudenthal. Als weinigen is hij in staat geweest een breed terrein van kennis te integreren tot een geheel met de wiskunde als dominante noot.⁹

Wie was deze opmerkelijke persoonlijkheid? Waar kwam hij vandaan? Welke gebeurtenissen in zijn leven zijn cruciaal geweest voor zijn ontwikkeling?

5 Freudenthal, *Schrijf dat op, Hans* 13.

6 Freudenthal tegen Dieudonné tijdens een discussie; J. Adda, ‘Une lumière s’est éteinte. H. Freudenthal – Homo Universalis’, in: Streefland, ed., *The legacy of Hans Freudenthal* 9-19, aldaar 18.

7 J. van Dormolen, ‘Freudenthal *cursief*. Hoe didactiek een deel van wiskunde kan worden’, *Nieuwe Wiskrant* 10 (1991) 19.

8 Jan de Lange, ‘Nieuwlichters’, in: ‘Kijk op Hans’, een bundel opstellen van IOWO-medewerkers, aangeboden aan prof.dr. H. Freudenthal ter gelegenheid van zijn vijfenzeventigste verjaardag (ongepubliceerd 1980) 37-38, aldaar 37-38.

9 W.T. van Est, ‘Hans Freudenthal. 17 september 1905-13 oktober 1990’, *Nieuw Archief voor Wiskunde* 9 (1991) 131-136, aldaar 131.

De kleine Hans met zijn moeder (ca. 1906).



3.2 Luckenwalde

Hans Freudenthal werd geboren op 17 september 1905 in Luckenwalde, een kleine stad niet ver van Berlijn.¹⁰ Zijn Hebreeuwse naam was Jitschak (Isaak), maar thuis werd hij “Hans” of “Hansing” genoemd. Hij was de oudste zoon van Joseph Freudenthal (1879-1967) en Elsbeth Ehmann (1882-1929). Joseph Freudenthal was godsdienstleraar en voorzanger van de joodse gemeente van Luckenwalde. Freudenthal karakteriseerde zijn moeder als “de mooiste vrouw” in het stadje, zijn vader als de vrolijkste man:

Mijn moeder was sterk van lichaam en geest, slim handig, hartstochtelijk, mateloos in haar doen en laten, in haat en liefde, een diepe zee onder een bruisend oppervlak. Mijn vader was – ik vertelde het al – een vrolijkere, iemand die elke keer dat hij de deur uit was geweest en thuiskwam, een verhaal kon vertellen, terwijl zijn zoon – ook een beetje een verteller – zijn verhalen uit de krant, uit andermans verhalen of moeizaam uit de diepte van zijn geheugen moet knippen.¹¹

¹⁰ Voor deze biografie zijn gegevens ontleend aan de volgende werken: Freudenthal, *Schrijf dat op, Hans*; Hans Freudenthal, *Berlin 1923-1930. Studiënerinnerungen von Hans Freudenthal* (Berlin 1987); Van Dalen, *L.E.J. Brouwer*; Fred Goffree, ‘HF: Working on mathematics education’, in: Streefland, ed., *The legacy of Hans Freudenthal*.

¹¹ Freudenthal, *Schrijf dat op, Hans* 63.



Hans en Lotte (ca 1920).

Sinds 1740 woonden Freudenthals voorvaderen in Luckenwalde. Hier bracht Freudenthal zijn kinderjaren door en werd in 1909 zijn enige zuster Lotte geboren. “Een lastpak, een huilebalk en een plaaggeest voor zijn drieëneenhalf jaar jongere zuster”, zo karakteriseerde Freudenthal zichzelf als kind, maar: “bij ooms en tantes bij wie hij op bezoek kwam, wist hij zich voorbeeldig te gedragen”.¹²

Vanaf 1911 bezocht Freudenthal de Vorschule van het Reform-Realgymnasium, de Friedrichsschule. Naar eigen zeggen was hij “een goede leerling en graag bereid te laten zien dat hij de beste van de klas was”, dit ondanks het feit dat hij door zijn zware astma-aanvallen vaak en veel ziek thuis moest blijven.¹³ Lezen en schaken waren twee van zijn grootste hobby’s in die tijd. Zijn interessegebied strekte zich uit van de relativiteitstheorie en filosofie tot film, theater en architectuur, waarover hij stukjes schreef in de schoolkrant van de Friedrichsschule. Verslag van zijn activiteiten in de jaren 1918-1923 deed Freudenthal bijna dagelijks in zijn dagboeken.¹⁴

¹² Ibid., 67.

¹³ Ibid., 67.

¹⁴ Dagboeken Hans Freudenthal 1931-1988; RANH, Hans Freudenthal Papers, inv.nrs. 91-139.

Toen hij deze dagboeken tijdens het schrijven van zijn autobiografie teruglas, schreef hij:

Wat me wel verrast heeft, is dat ik me, vijftien à zestien jaar oud, volkomen doorzie, weet wie en wat ik ben, wat ik kan, waartoe ik (niet) in staat ben. Ik doorzie mezelf, dat wil zeggen precies zoals ik me nu doorzie, en ondertussen heeft mijn leven en werk voor mijzelf bevestigd dat ik mezelf toen goed heb doorzien.¹⁵

In 1923 deed Freudenthal eindexamen en besloot vervolgens aan de Universiteit van Berlijn wiskunde te gaan studeren. Van wat hem te wachten zou staan, had hij toen nog geen flauw benul:

Geen ogenblik vatte ik het idee op dat wiskunde iets was om zelf voort te brengen, maar dit had alles te maken met de wijze waarop je met wiskunde – op school en buitenschools – werd geconfronteerd. Daarbij stond al vanaf, zeg, mijn negende levensjaar vast dat ik eens wiskunde zou gaan studeren. Maar in het stadje en ook elders kwam ik met niemand in aanraking die me had kunnen vertellen wat wiskunde nu echt was, behalve dan wat er uit de boeken op me af kwam.¹⁶

Op 19 april 1923 begon Freudenthal officieel met zijn studie wiskunde. Het eerste semester woonde hij nog thuis in Luckenwalde en reisde hij dagelijks naar Berlijn met de trein. Dankzij zijn bijverdiensten als privé-leraar en later als Hilfsassistent in de wiskunde en redactieassistent bij het *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik* kon hij zich al gauw het huren van een gemeubileerde kamer in Berlijn veroorloven.¹⁷

3.3 Berlijn

Freudenthal genoot van zijn studietijd in Berlijn, een stad die hij al goed kende van de culturele uitstapjes die hij er met zijn ouders en later alleen maakte. Bovenal genoot hij van de sfeer die er op de universiteit heerste, in het bijzonder op de afdeling wiskunde, door hem omschreven als “ein buntscheckige Gesellschaft [...] wo jeder seiner ihm zugestandenen Narrenfreiheit frönen konnte”.¹⁸ Freudenthal benutte de mogelijkheden die de universiteit hem bood volop. Hij volgde colleges bij wiskundigen als Erhard Schmidt (Hilbertruimten), Richard von Mises (projectieve meetkunde), Issai Schur (abstracte algebra), Ludwig Bieberbach (analytische meetkunde), Karl Löwner (differentiaal- en integraalrekening), John von Neumann (grondslagen en functionaalanalyse) en Heinz Hopf (topologie). Hij volgde ook

¹⁵ Freudenthal, *Schrijf dat op, Hans* 150.

¹⁶ *Ibid.*, 91.

¹⁷ Freudenthal, *Studienerinnerungen* 4. De door Freudenthal als student zeer bewonderde Georg Feigl (1890-1945) was vanaf 1925 redacteur van het *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik*. Het *Jahrbuch* was lange tijd het enige wiskundige tijdschrift met besprekingen van wiskundige publicaties en bestond van 1868 tot 1944; *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik* 51 (1925), 54 (1928).

¹⁸ Freudenthal, *Studienerinnerungen* 18.

colleges natuurkunde (bij Max Planck (1858-1947) en Albert Einstein (1879-1955)), geschiedenis, Grieks, Russisch en strafrecht.

In 1927 studeerde hij een zomersemester in Parijs, waar hij colleges liep bij Jacques Hadamard, Gaston Julia en Emile Picard. Parijs was voor Freudenthal een kennismaking met een heel nieuwe wereld: “heerlijk, maar intens ouderwets”. De wiskunde in Parijs viel hem erg tegen:

De meeste hoogleraren waren een generatie ouder dan mijn Berlijnse leermeesters. Hun colleges waren traditioneel, tientallen jaren achter bij de wiskunde die ik thuis geleerd had. [...] Van mijn generatie wiskundigen, die na de Tweede Wereldoorlog de toon zouden aangeven, zag ik er haast geen.¹⁹

Bij terugkomst in Berlijn woonde Freudenthal de gastcolleges van de Nederlandse wiskundige L.E.J. Brouwer bij. Freudenthal was erg geïnteresseerd in de grondslagen theorie waar Brouwer toen veel aan werkte, het intuïtionisme. Hij schreef:

Der Intuitionismus war, wie ich bald lernte, in Berlin das Tagesgespräch. War es Sympathie für den Aufruhr im Grundlagenstreit, oder betrachteten die Berliner den Holländer Brouwer als einer der ihren im Gegensatz zum Göttinger Hilbert? Keine Revolution, sondern ein Putsch – so hatte Hilbert den Intuitionismus verurteilt, und “Putschist” wurde der Ehrenname, den die Brouwer-Supporter annahmen...²⁰

Bertus Brouwer (1881-1966) was sinds 1912 (buitengewoon) hoogleraar in Amsterdam. Hij genoot niet alleen aanzien als groot wiskundige door zijn topologisch werk, maar was vooral beroemd als grondlegger van het intuïtionisme. De grondslagenstrijd waaraan Freudenthal refereerde was die tussen de toonaangevende wiskundige David Hilbert (1862-1943) van de universiteit van Göttingen en Brouwer, die beiden een verschillende filosofie voorstonden.²¹

De voordrachten van Brouwer in Berlijn zorgden voor het eerste contact tussen hem en de student Freudenthal, die goed voorbereid naar deze bijeenkomsten kwam:

Durch Lektüre und Arbeitszirkel auf die Vorlesungen wohl vorbereitet, habe ich damals – schriftlich einzureichende – Diskussionsfragen gestellt, denen ich Separate und meine spätere Assistentur in Amsterdam verdanken sollte.²²

19 Freudenthal, *Schrijf dat op, Hans* 115-116.

20 Freudenthal, *Studiënerinnerungen* 10.

21 Het intuïtionisme (de ‘school’ van Brouwer) was naast het logicisme en formalisme een nieuwe derde stroming binnen de filosofieën over de grondslagen van de wiskunde. Tot dan was het formalisme – zoals voorgestaan door Hilbert – de meest gangbare. Hierbij werd wiskunde niet opgevat als een bestaande entiteit, maar als een verzameling formules met bijbehorende spelregels, zonder directe betekenis of waarde. Brouwers intuïtionisme was gebaseerd op het ontbreken van het principe van de uitgesloten derde (“alle wiskundige uitspraken zijn waar of onwaar”). Het uitgangspunt hierbij was dat alleen die wiskundige objecten betekenis hadden, die met een eindig aantal stappen uit de natuurlijke getallen geconstrueerd konden worden. Dit uitgangspunt maakte veel wiskundige theorieën onbewijsbaar. De grondslagenstrijd, waarbij ook Hermann Weyl (1885-1955) een belangrijke rol speelde, wordt uitgebreid beschreven in: Van Dalen, *L.E.J. Brouwer*; P.J. Davis en R. Hersch, *The mathematical experience* (Boston 1984).

22 Freudenthal, *Studiënerinnerungen* 10.

In de hierop volgende jaren stuurde Brouwer Freudenthal geregeld zijn wiskundige teksten ter bestudering. In 1929 schreef Freudenthal zijn wiskundig proefschrift over de einden van topologische ruimten en topologische groepen, dat in januari 1930 klaar was. Na een mondeling examen leverde hem dit op 20 februari 1930 de titel ‘doctor philosophiae’ op.²³ Het werd in 1931 gepubliceerd onder de titel ‘Über die Enden topologischer Räume und Gruppen’ en goedgekeurd door Hopf en Bieberbach.²⁴ Later zou onder anderen Hopf de door Freudenthal beschreven theorie nog verder uitbreiden.

Dan vraagt Brouwer in een brief op 3 augustus 1930 Freudenthal of hij er voor voelt

... zum naechsten Winter eine (die Habilitation mit einschliessende) Assistentenstelle bei mir zu uebernehmen. Ihre wesentlichste Aufgabe wuerde darin bestehen, mich bei der Herausgabe der neuen Zeitschrift “Compositio Mathematica” zu unterstuetzen. Ueberdies wuerden Sie eine einstuendige Vorlesung ueber einen von Ihnen selbst zu waehlenden Gegenstand zu halten und dann und wann einem Studenten bei der Vorbereitung eines Seminarvortrags oder anderweitig bei einer Schwierigkeit zu helfen haben. Ihr Gehalt wuerde 3000 bis 3500 holl. Gulden Betragen.²⁵

Op 15 november 1930 vertrok Freudenthal naar Amsterdam.

3.4 Amsterdam

Na het “van jeugd, cultuur en wetenschap sprankelende Berlijn” ervaarde Freudenthal Amsterdam als een anticlimax.²⁶ Na enkele maanden in een pension in Amsterdam te hebben gewoond, verbleef hij op verzoek van Brouwer – die het liefst zo min mogelijk naar Amsterdam kwam – een paar maanden in Laren, niet ver van Brouwers woonplaats Blaricum. In februari 1931 leerde Freudenthal de studente Susanna (Suus) Lutter kennen, die met een stel medestudenten een carnavalsfeest in hotel Hamdorff in Laren bijwoonde. “De winternacht die naar geen lente zweemde, bracht mij tot jou als vreemd’ling uit den vreemde”, zo omschreef hij deze kennismaking vijfenvijftig jaar later.²⁷

Susanna Johanna Catharina Lutter werd op 2 mei 1908 geboren als jongste dochter in een Amsterdams arbeidersgezin. Tegen alle gewoonten en verwachtingen voor

23 Hans Freudenthal, ‘Über die Enden topologischer Räume und Gruppen’ (Berlin 1931). De officiële ‘Tag der Promotion’ zoals vermeld op het proefschrift was 6 oktober 1931. Het proefschrift werd gepubliceerd in *Mathematische Zeitschrift* 1931 (33) 692-713 (Verlagsbuchhandlung Julius Springer in Berlin).

24 L. Bieberbach zou zich enkele jaren later overtuigd nationaal-socialist verklaren en onderscheid maken tussen ‘Arische wiskunde’ en ‘joodse wiskunde’: de laatste zou enkel voortborduren op bestaande wiskunde, terwijl Arische wiskundigen daarentegen ‘creatief’ waren; Van Dalen, *L.E.J. Brouwer* 361-365.

25 Brouwer aan Freudenthal, 3 augustus 1930; RANH, Hans Freudenthal Papers, inv.nr. 87.

26 Freudenthal, *Schrijf dat op, Hans* 117.

27 Freudenthal in de grafrede voor zijn vrouw: *ibid.*, 365. Suus Freudenthal-Lutter overleed op 24 september 1986.



Susanna Freudenthal-Lutter
(jaren dertig).

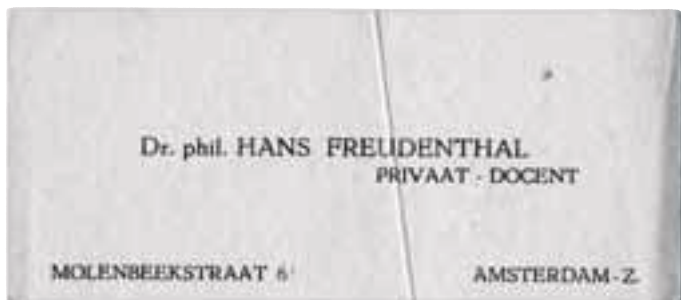
een meisje uit een dergelijk milieu in mocht ze uiteindelijk ‘verder leren’. Na zeven jaar lagere school ging ze naar een driejarige-HBS. In 1924 wist zij dankzij de bemiddeling van haar leraar Duits haar ouders over te halen haar naar het Barlaeus-gymnasium te laten overstappen. In 1928 deed ze eindexamen en begon een studie Duits aan de Universiteit in Amsterdam. In 1934 zou ze doctoraalexamen doen.

In het najaar van 1931 verhuisde Freudenthal weer van Laren naar Amsterdam, waar hij, later met zijn vrouw, tot na de Tweede Wereldoorlog bleef wonen.²⁸ Op 20 juli 1932 trouwden ze. Ze kregen 4 kinderen: Jedidja (Didi, 1935), Matthijs (Thijs, 1937), Thomas (Tom, 1939) en Mirjam (1942).

Voor Freudenthals wiskundig werk waren deze jaren in Amsterdam heel vruchtbare. Het was een tijd, waarin de Nederlandse wiskundigen een prominente plaats

²⁸ Brouwer ging uiteindelijk akkoord met deze verhuizing, maar stond erop dat Freudenthal zich een telefoonaansluiting aanschafte; Van Dalen, *L.E.J. Brouwer* 393; Brief van Brouwer, 8 juli 1932; RANH, Hans Freudenthal Papers, inv.nr. 87.

Freudenthals
visitekaartje. Het gezin
woonde in de
Molenbeekstraat van
juni 1936 tot mei 1939.



in de internationale wiskundige wereld veroverden. Niet onbelangrijk was hierin de rol van Brouwer, die in de periode vóór de Tweede Wereldoorlog zorgde voor nieuwe impulsen (topologie en grondslagen van de wiskunde) en het aantrekken van veelbelovende jonge wiskundigen. Zijn ideaal was hiermee ‘een tweede Göttingen in Amsterdam’ te creëren. Freudenthal was één van deze veelbelovende wiskundigen.²⁹

Op 28 mei 1931 hield Freudenthal een openbare les bij zijn aanstelling als privaattoecent aan de Universiteit van Amsterdam, getiteld: ‘Qualität und Quantität in der Mathematik’. Hierin sprak hij over de interactie tussen analyse, meetkunde en combinatoriek.³⁰ Tot hij in 1936 naar de Verenigde Staten vertrok, was de Pool Witold Hurewicz de directe collega van Freudenthal als mede-assistent van Brouwer. Volgens Freudenthal was het onder meer aan de invloed van Hurewicz te danken dat hij in die jaren niet “met al zijn kennis wetenschappelijk te gronde is gegaan”.³¹ Beiden werkten ze aan een fundamentele theorie van de homotopiegroepen. Zelf werkte Freudenthal aan onderwerpen uit de topologie, topologische groepen, de grondslagen van de wiskunde en het intuïtionisme, bijna-periodieke functies en functionaalanalyse.³² Dit resulteerde in enkele tientallen (Duitstalige) publicaties.

Opvallend in Freudenthals werk was de nadruk die hij legde op de samenhang en interactie tussen de diverse vakgebieden als topologie, algebra en analyse. Hij droeg ook in zijn latere werk veel bij aan de samenhang tussen de vakgebieden. Van der Blij schreef in 1975: “De meetkundige Freudenthal doceerde in Amsterdam dan ook analyse en in Utrecht algebra”.³³

Al vanaf het begin van zijn aanstelling had Freudenthal kritiek op de verouderde stof en onderwijsmethoden van het wiskundeonderwijs aan de universiteit. Zo introduceerde hij samen met Hurewicz in hun caput-colleges de meest moderne

29 H.J.A. Duparc en A.W. Grootendorst, ‘Historical Survey’, in: E.M.J. Bertin, H.J.M. Bos, A.W. Grootendorst, ed., *Two decades of mathematics in the Netherlands 1920-1940. A retrospection on the occasion of the bicentennial of the Wiskundig Genootschap. Part 1* (Amsterdam 1978) v-xxiv.

30 Hans Freudenthal, ‘Qualität und Quantität in der Mathematik’, *Euclides* 8 (1932) 89-98.

31 Freudenthal, *Schrijf dat op, Hans* 117.

32 W.T. van Est, ‘Hans Freudenthal. 17 september 1905 – 13 oktober 1990’, *Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen. Jaarboek 1991* 139-142; W.T. van Est, ‘Hans Freudenthal. 17 september 1905 – 13 oktober 1990’, *Nieuw Archief voor Wiskunde* 9 (1991), 131-136.

33 F. van der Blij, ‘Professor Freudenthal zeventig jaar’, *Euclides* 51 (1975) 3-7, aldaar 4.

wiskundige onderwerpen, die buiten de standaardstof vielen (onderwerpen als de elementaire theorie van lichamen, groepentheorie, maattheorie, verzamelingsleer, complexe functietheorie, topologie, elementaire wiskunde vanuit hoger standpunt en de theorie der lineaire operatoren). Ook introduceerden zij het fenomeen ‘werkcollege’, waarin door de studenten oefenopgaven werden gedaan.

Op 3 september 1937 werd Freudenthal aangesteld als conservator van het Mathematisch Instituut, met de mondelinge belofte op uitzicht op een aanstelling als lector wanneer de financiële situatie dat toe zou laten. Op een meer exacte wijze dan tot dan toe gebruikelijk begon hij met het geven van de verplichte colleges analyse:

De nieuwe leerstof die ik invoerde was ‘Bourbaki-avant-la-lettre’ – goede stof, maar te hoog gegrepen, hoewel door de oefeningen verzacht. Nee, ‘Bourbaki-avant-la-lettre’ – dat is weer overdreven. Het was hoog gegrepen, maar toch wel overwogen didactisch. Niemand die mij hierbij terzijde [sic] stond. Ik was de eerste die moderne wiskunde in Nederlandse collegezalen bracht en dan zijn fouten onvermijdelijk.³⁴

Zijn colleges waren moeilijk te volgen voor minder begaafde studenten en Freudenthal stond dan ook niet als goed docent bekend. W.T. van Est, die colleges analyse bij hem volgde, herinnerde zich van Freudenthals didactische kwaliteiten:

Als het erom gaat in te zien hoe het stuk speelt, dan heb ik aan hem altijd een geweldige leraar gehad. Als je wilde nagaan in hoeverre allerlei details netjes op elkaar aansloten en zonder feilen waren, dan bleek dat niet altijd 100 procent te zijn. Hij liet impliciet veel aan de student over. Het was een opvoedende ervaring voor iedere student, om de gaten in zo’n college voor zichzelf te dichten. In dat opzicht vond ik het eigenlijk wel goed, maar niet iedereen was het daarmee eens.³⁵

Een andere student uit die periode, P.M. van Hiele, schreef over Freudenthals colleges uit de jaren dertig:

Ofschoon hij toen vanzelfsprekend nogal wat moeite had met de Nederlandse taal en ook niet altijd de draad kon vasthouden, waren deze kolleges [sic] een meer dan voldoende basis voor wat ik later van deze vakken moest weten. Al heel spoedig volgde er een colloquium met als onderwerp de didactiek der wiskunde en men kan zich voorstellen, dat het er daarbij soms heel levendig toeging.³⁶

In dit didactiek-colloquium liet Freudenthal de studenten elkaar universitaire leerstof uitleggen, om zo bij hen niet alleen het begrip te vergroten, maar ze ook de kunst van het uitleggen onder de knie te laten krijgen. Veertig jaar later zou Freudenthal overigens met verbazing reageren op het hier door Van Hiele aangehaalde

34 Freudenthal, *Schrijf dat op, Hans* 336-337. Over het fenomeen Bourbaki en de invloed daarvan op het wiskundeonderwijs zie paragraaf 8.2.1.

35 G. Alberts en I. Moerdijk, ‘Interview W.T. van Est. De geometer’, *Nieuw archief voor wiskunde* 5/3 (2001) 52-56, aldaar 52.

36 P.M. van Hiele, ‘Freudenthal en de didactiek der wiskunde’, *Euclides* 51 (1975) 8-10, aldaar 8.

didactiek-colloquium. Hij was deze (nota bene als zijnde zijn eerste concrete didactische actie!) straal vergeten.³⁷

Over het Nederlands spreken schreef hij in mei 1931 aan Duitse vrienden:

Als Deutscher lernt man hollaendisch sehr schnell; obwohl ich kaum in Grammatiken geschaut habe und fuer intuitives Sprachenlernen keine Begabung besitze, spreche ich doch schon seit einem Vierteljahr nach meiner Ankunft fliessend hollaendisch.³⁸

Vanaf de geboorte van Jedidja in 1935 spraken Hans en Suus enkel nog Nederlands thuis. Pas na de oorlog zou Freudenthal op meer geregelde basis in het Nederlands gaan publiceren. Naast Hebreeuws, Frans, Latijn, Engels (geleerd op de middelbare school), Russisch en Grieks (geleerd op de universiteit in Berlijn) las Freudenthal ook Slavische en Romaanse talen, Deens, Noors en Zweeds. Ook leerde hij zichzelf Akkadisch (spijkerschrift). In 1948 zou hij uiteindelijk de Nederlandse nationaliteit krijgen.

Het uitbreken van de Tweede Wereldoorlog betekende voor Freudenthal een onderbreking van zijn wetenschappelijke carrière in Amsterdam. Als joodse werknemer werd hij in november 1940 op non-actief gesteld.³⁹ Zijn colleges werden in januari 1941 overgenomen door de natuur- en wiskundige Evert Marie Bruins (1909-1990).

Wel had Freudenthal via zijn vrouw nog toegang tot alle (ook niet openbare) bibliotheken in Nederland.⁴⁰ Dit stelde hem in staat thuis te werken. Veel tijd aan wiskundig werk besteedde hij in deze jaren niet. Wel begeleidde hij zijn twee studenten J. de Groot en A. van Heemert bij het schrijven van hun proefschrift. Beiden promoveerden (in 1942 respectievelijk 1943) bij G. Schaake in Groningen.⁴¹ Ook kreeg het gezin Freudenthal veel steun van hen en anderen (bijvoorbeeld in de vorm van pakketten levensmiddelen als boter, brood, aardappelen en uien).

Wiskundeonderwijs verzorgen deed Freudenthal nog wel: voor het cursusjaar 1942-1943 werd hij door de Centrale Commissie voor het Joodse Onderwijs van Amsterdam (later: Joodse Raad voor Amsterdam, afdeling Onderwijs) benoemd tot docent in de wiskunde aan de opleiding voor het examen voor de middelbare akten K1 en Kv. Dit onderwijs was bedoeld voor de joodse studenten, die niet langer aan de universiteit mochten studeren. Het hield voor Freudenthal het verzorgen van vier uren 'wiskunde algemeen' (het berekenen van oppervlakten, booglengte en inhoud) en 'wiskunde capita' (machtreeksen en integraaltheorie) in. Voor

37 Freudenthal aan Howson, 19 juli 1983; RANH, Hans Freudenthal Papers, inv.nr. 38. In het voorwoord van zijn boek *Mathematics as an educational task* van 1973 legde hij de oorsprong van zijn didactische belangstelling nog bij zijn vrouw; Hans Freudenthal, *Mathematics as an educational task* (Dordrecht 1973).

38 RANH, Hans Freudenthal Papers, inv.nrs. 21, 141.

39 RANH, Hans Freudenthal Papers, inv.nr. 321.

40 Rijksarchief in Noord-Holland, Papers of Susanna Freudenthal-Lutter (1908-1986), educationalist, 1914-1986, inv.nr. 37.

41 Van Est, 'Hans Freudenthal', *Nieuw Archief voor Wiskunde* 9 (1991) 131-136, aldaar 134.



Doorslag van Freudenthals brief aan de Regeeringscommissaris voor Amsterdam, waarin hij informeert naar het gebruik van de bibliotheek van het Mathematisch Instituut (12 april 1941).

beide cursussen samen waren slechts 10 cursisten. Ondanks het nauwe contact dat hij had met de leerlingen was Freudenthal niet tevreden over het resultaat. Hij schreef op 3 mei 1943 aan de Raad:

Ik denk voorlopig voort te gaan op de ingeslagen weg, de behandelde stof onophoudelijk met responsies te repeteeren; dat schijnt mij de eenige manier, om onder de tegenwoordige omstandigheden den leerlingen zoo niet veel dan toch iets van blijvende waarde te leeren.⁴²

Door de jodendeportaties bleef dit onderwijs slechts tot één cursusjaar beperkt. Freudenthal zelf werd door zijn huwelijk met een niet-joodse voorlopig afdoende voor deportatie beschermd.

In de oorlogsjaren hielp Freudenthal zijn oudste zoons geregeld met hun lees- en rekenwerk. "Schooltje houden" noemde hij het. Hij raakte hierdoor geïnteresseerd in de didactiek van het rekenen en begon een uitgebreide studie van alle publicaties die hij over dit onderwerp te pakken kon krijgen. Deze interesse in didactiek en pedagogiek werd gedeeld door zijn vrouw, die al sinds de geboorte van haar kinderen op zoek was naar een school die aan haar idealen voldeed. Zij schreef hierover: "wie

42 RANH, Hans Freudenthal Papers, inv.nrs. 43, 322.

Antwoord van de Regeringscommissaris voor Amsterdam. Het gebruik van de bibliotheek wordt Freudenthal verboden (21 mei 1941).



Odysseus trieb ich mich ziellös in unbefriedigster Suche auf dem Pfad”.⁴³ Freudenthals uitgebreide literatuurstudie resulteerde uiteindelijk in het ongepubliceerde document ‘Rekendidaktiek’ (1944).⁴⁴

In deze periode begon Freudenthal zich ook te verdiepen in de Nederlandse geschiedenis, de geschiedenis van de wetenschap en in het bijzonder de geschiedenis van wiskunde. Hij schreef korte verhalen over onder meer Newton, Huygens, Leibniz, Chasles, Maupertuis, Legendre, Abel, Jacobi, de Bernoulli’s, complexe getallen en de Möbius-band, die hij later omschreef als “historische en filosofische novellen, wiskundig van inhoud en literair van vorm”.⁴⁵ Nog meer literaire inspiratie leidde in de oorlogstijd tot gedichten, novellen, toneelstukken en romans, waarmee hij (onder het pseudoniem V. Sirolf) zelfs prijzen wist te winnen.⁴⁶ De romans ‘De

43 RANH, Susanna Freudenthal-Lutter Papers, inv.nr. 37 (uit: ‘Die Entwicklung der Jenaplan-bewegung in den Niederlanden’, handgeschreven document bedoeld voor publicatie in *Gesamtschulinformationen*, 1985).

44 RANH, Hans Freudenthal Papers, inv.nr. 465. Zie ook hoofdstuk 4.

45 RANH, Hans Freudenthal Papers, inv.nrs. 282, 438 and 464; Freudenthal, *Schrijf dat op, Hans* 314.

46 RANH, Hans Freudenthal Papers, inv.nrs. 295, 1858. Floris V, waarvan ‘V. Sirolf’ de retrograde is, was

schuldenaar’ en ‘Viersprong der grote wegen’ werden na de oorlog uitgegeven. In een brief uit 1945 aan Hopf schreef Freudenthal over het schrijven van literatuur:

Ich setze das fort. Es ist meine eigentliche Begabung.⁴⁷

Echter, na de oorlogsjaren werd Freudenthal door ander werk in beslag genomen en liet hij de ‘letteren’ voorlopig voor wat ze waren. Wel zou hij na de oorlog een uitlaatklep voor zijn literaire (en andere) uitlatingen vinden in de columns en stukjes die hij schreef voor onder andere *De Groene Amsterdammer* (1946-1971) en later *NRC/Handelsblad* (1974-1989).⁴⁸ In 1984 ontving Freudenthal de Gouden Ganzeveer van de Koninklijke Nederlandse Uitgeversbond.

Ondanks het ‘gemengde’ huwelijk liet de bezetter het gezin niet ongemoeid. Op 2 februari 1942 werd Freudenthal gearresteerd wegens het ontbreken van de voor hem verplichte “J” in zijn paspoort. Hij bracht zes weken door in het Huis van Bewaring aan de Weteringschans. Op 15 mei 1944 werd hij bij een medisch keuring ondanks zijn astma onverwacht goedgekeurd en te werk gesteld op het in aanbouw zijnde vliegveld Havelte, waar hij allerhande zwaar lichamelijk werk moest verrichten.⁴⁹ Op 5 september – Dolle Dinsdag – wist hij te ontsnappen en met veel moeite per trein naar Amsterdam terug te reizen. Thijs en Didi verbleven vanaf februari 1945 tot na de bevrijding op het platteland in Friesland. Tom verbleef in diezelfde tijd enkele maanden in Noord-Holland. Zo wist het gezin uiteindelijk ongeschonden de hongervinter door te komen.

Terugkijkend op de vijf jaren bezetting schreef Freudenthal in een brief aan Hopf op 28 juli 1945:

Was mich selbst betrifft, so hielten wir das Risiko des Entdeckt werdens nach dem Untertauchen für größer als das Risiko von Maßnahmen gegen die Mischehen. Aber es hätte auch anders gehen können. Ich hatte jedenfalls meine falsche Identitätskarte für alle Fälle.⁵⁰

Hij was toen nog erg optimistisch over zijn terugkeer naar de Amsterdamse Universiteit. In een brief aan zijn zus Lotte schreef hij op 25 augustus 1945 (vertaald uit het Duits door Freudenthal):

De universiteit begint ook weer geleidelijk. Al mijn wiskundige collega’s en mijn opvolger zijn geschorst. Ik ben voorlopig de enige. Maar officieel benoemd ben ik nog

onderwerp van Freudenthals eerste toneelstuk uit 1941, waarvoor hij een uitgebreide studie deed. Voor zowel de roman *De schuldenaar* als *Viersprong der grote wegen* ontving Freudenthal een eerste prijs bij prijsvragen van de uitgeverij Gottmer. In 1947 ontving hij de Letterkundeprijs van het gemeentebestuur in Amsterdam.

47 Freudenthal aan Hopf, 1945; RANH, Hans Freudenthal Papers, inv.nr. 88.

48 RANH, Hans Freudenthal Papers, inv.nrs. 1405-1577, 1627-1700.

49 Over de tijd in Havelte schreef Freudenthal uitgebreid in de brief aan zijn zus Lotte in 1945; Freudenthal, *Schrijf dat op, Hans* 154-227.

50 Freudenthal aan Hopf, 28 juli 1945; RANH, Hans Freudenthal Papers, inv.nr. 88.



Freudenthals vervalste persoonbewijs op naam van wiskundig adviseur 'Johann Ferdinand Terlep'.

niet en het Mathematisch Instituut kan ik ook niet openen. Ik hoop dat het nu gauw in orde komt.⁵¹

Al gauw kon Freudenthal weer zijn colleges geven op de manier, zoals hij voor de oorlog al begonnen was. Hij schreef in november 1945 aan Hopf:

Ich darf nun, wie Sie wohl schon wissen, mit Erlaubnis meines Nachfolgers meine Kollegs geben. Wir haben dreimal so viel Studenten wie sonst. Ich halte hauptsächlich Übungen ab (und zwar so daß die Studenten Aufgaben behandeln, während ich dabei rumlaufe und nachsehe, was sie machen). Es macht den Studenten und mir Spaß, und ich hoffe, daß auch daß Übrige noch geregelt werden wird.⁵²

Dit optimisme werd al snel overschaduwd. Het was duidelijk, dat Freudenthal slechts als conservator (7 mei 1945) en als privaat-docent in de Analyse, Groepen-

⁵¹ Freudenthal, *Schrijf dat op*, Hans 225.

⁵² Freudenthal aan Hopf, november 1945; RANH, Hans Freudenthal Papers, inv.nr. 88.

theorie en Topologie (13 november 1945) werd herbenoemd en niet als lector werd aangesteld. Zijn plaatsvervanger Bruins uit de tijd van de bezetting was dat ondertussen wél geworden en mocht dat ook na de oorlog blijven.⁵³ Deze situatie was voor Freudenthal onaanvaardbaar. Vele protesten van Freudenthal en een handtekeningnactie van zijn leerlingen en oud-leerlingen hadden echter geen resultaat.⁵⁴ Een uitnodiging van de Universiteit in Utrecht bood uiteindelijk de oplossing. Met pijn in zijn hart verhuisde Freudenthal met zijn gezin in 1947 van Amsterdam naar Utrecht.⁵⁵

3.5 Utrecht

Hier werd Freudenthal bij Koninklijk Besluit van 4 oktober 1946 aangesteld als ‘Hoogleraar in de Faculteit der Wis- en Natuurkunde aan deze Universiteit om onderwijs te geven in de zuivere en toegepaste wiskunde en de grondslagen van de wiskunde’.⁵⁶ Op 9 december 1946 sprak Freudenthal bij de aanvaarding van het ambt van hoogleraar aan de Rijksuniversiteit Utrecht zijn rede ‘5000 jaren internationale wetenschap’ uit, waarin hij sprak over de geschiedenis van de wiskunde met de nadruk op de voor-Griekse wiskunde.⁵⁷

In een interview in *Vrij Nederland* vertelde hij later over zijn verhuizing naar Utrecht:

Ik was veel liever in Amsterdam gebleven, waar ik al mijn studenten had. Het heeft mij jaren gekost om daar overheen te komen maar ik heb hier nu mijn eigen existentie geschapen.⁵⁸

Die existentie zou voornamelijk liggen in het opzetten van een mathematisch instituut in Utrecht en de kwaliteitsverbetering van het onderzoek en onderwijs aldaar. De Utrechtse wiskundige Frederik van der Blij (1923) herinnert zich de hoogleraar Freudenthal als de bindende factor op het mathematisch instituut.⁵⁹ Freudenthal was elke dag van vroeg tot laat op het instituut aanwezig, in al zijn werk bijgestaan door zijn secretaresse mevrouw Breughel. Haar schreef hij deels zijn grote productiviteit in de Utrechtse jaren toe:

53 RANH, Hans Freudenthal Papers, inv.nrs. 90, 323; P.J. Knegtman, *Een kwetsbaar centrum van de geest. De Universiteit van Amsterdam tussen 1935 en 1950* (Amsterdam 1998) 249.

54 Meer over deze kwestie en Freudenthals aanstelling in Utrecht in hoofdstuk 5.

55 Omdat de voor Freudenthals didactische gedachtegoed relevante biografische informatie in de hierna volgende hoofdstukken vanzelf uitgebreider aan de orde komen, wordt de periode 1945-1990 in de rest van dit hoofdstuk minder uitgebreid beschreven.

56 RANH, Hans Freudenthal Papers, inv.nr. 324.

57 Hans Freudenthal, ‘5000 jaren internationale wetenschap’, *Euclides* 22 (1946) 222-241.

58 ‘H. Freudenthal’, *Vrij Nederland* (1976) 232-247, aldaar 233.

59 Karakteristiek was het wekelijks theeuurtje op het instituut (soms met gebak!) waar de bibliotheekaanvragen besproken werden. Freudenthal ontpopte zich dan – vooral in kleiner gezelschap – als groot verteller; gesprek met Van der Blij, 20 mei 1999.

If you wonder how anybody could travel, lecture, edit, publish so much at a time, my explanation is that for 25 years I had a secretary, Mrs. Breughel, who was unsurpassable. If I die early enough to get an obituary, her name should not be forgotten.⁶⁰

In de herinneringen van zijn studenten was hij ook in Utrecht geen begaafd docent. Zijn sociale onhandigheid maakte dat hij voor de meesten afstandelijk en slecht benaderbaar bleef. Studentenzaken gingen hem echter wel aan het hart. Samen met Van der Blij hield hij de vinger aan de pols bij de studenten. Elke tweedejaars werd door hen uitgenodigd voor een voortgangsgesprek. Al vanaf de jaren vijftig werden in juni alle eerstejaars besproken op wat bekend stond als ‘De Vergadering’.⁶¹ Typerend voor Freudenthal was hoe hij spontaan zijn plaats in die vergadering afstond aan een student ten tijde van de studentenrevolutie eind jaren zestig.

Naast het werk op het instituut werden Freudenthals jaren in Utrecht gekenmerkt door een toenemende interesse voor (wiskunde)onderwijskundige zaken in het algemeen. De kiem van die interesse was natuurlijk al gelegd tijdens de bezettingjaren en werd mede gevoed door de activiteiten van zijn vrouw op het gebied van het onderwijs en de pedagogiek.

Mevrouw Freudenthals zoektocht naar de ideale school voor haar kinderen had haar namelijk in contact gebracht met de wvo.⁶² Na jaren te hebben gezocht naar een aan haar idealen voldoende school, vond ze deze in 1952 in de opvoedingsfilosofie van de Duitse pedagoog Peter Petersen (1884-1952), de stichter en bedenker van het Jenaplan-systeem. Zij schreef:

Die Odyssee war zu Ende. Die Hoffnung diese Schule einmal in den Niederlanden zu verwirklichen war geweckt.⁶³

Ze zou zich de hierop volgende jaren intensief gaan bezighouden met het verspreiden en promoten van deze opvoedingsfilosofie.⁶⁴ In 1959 werd de Werkgroep Jenaplan van de wvo opgericht, in 1969 de Stichting Jenaplan.⁶⁵ Imelman en Meijer schreven de bloei van de Jenaplan-school in de jaren tachtig in Nederland voornamelijk toe aan haar inzet:⁶⁶

Nu staat Petersens opvoedingsfilosofie volgens ons alleen nog maar overeind dank zij de enorme werk- en werfkracht van de Nederlandse voortrekster Freudenthal-Lutter. Haar energieke initiatieven op het terrein van de onderwijsvernieuwing hebben inmiddels een bloeiende zogenaamde Jenaplanpraktijk opgeleverd.⁶⁷

60 Freudenthal aan Howson, 19 juli 1983; RANH, Hans Freudenthal Papers, inv.nr. 38.

61 Gesprek met Van der Blij, 20 mei 1999.

62 Zie ook paragraaf 2.2.5.

63 RANH, Susanna Freudenthal-Lutter Papers, inv.nr. 37.

64 Meer over mevrouw Freudenthals onderwijswerk in paragraaf 8.5.2.

65 RANH, Susanna Freudenthal-Lutter Papers, inv.nr. 87.

66 In 1982 zou mevrouw Freudenthal een eredoctoraat van de Universiteit van Giessen krijgen als erkenning van haar verdiensten op onderwijsgebied; RANH, Susanna Freudenthal-Lutter Papers, inv.nr. 006.

67 J.D. Imelman en W.A.J. Meijer, *De nieuwe school gisteren en vandaag* (Amsterdam 1986) 107.

Naast deze Werkgroep Jenaplan kende de wvo nog verscheidene andere werkgroepen. Eén daarvan was de in 1936 opgerichte ww.⁶⁸ Ook Freudenthal raakte betrokken bij de werkzaamheden van de wvo. Hij hield in augustus 1945 een lezing getiteld ‘Opvoeding tot denken’ op een conferentie van de wvo. In een brief aan zijn zus uit datzelfde jaar schreef hij hierover (vertaling uit het Duits door Freudenthal):

Ondertussen heb ik een vierdaagse pedagogische conferentie [van de wvo op De Steeg] meegemaakt op een kasteel hier in de buurt van Arnhem. Ik heb een lezing gehouden, met veel succes, over pedagogische vraagstukken waarover ik de laatste jaren heb nagedacht. Het was daar echt fijn. Ik was er weer vier dagen buiten.⁶⁹

Vanaf begin 1947 woonde Freudenthal geregeld de bijeenkomsten van de ww bij. In februari 1950 werd hij voorzitter. Een belangrijke taak waarmee Freudenthal zich binnen de ww bezig hield was het ‘opschonen’ van de wiskundeonderwijsprogramma’s van het vHMO. Dit werk zou uiteindelijk leiden tot een programmawijziging in 1958, waarbij een nieuw wiskundeprogramma in de geest van de ww van kracht werd.⁷⁰

Van Hiele schreef over de bloei van de ww na de oorlog: “Kortom, het was een heerlijke tijd, waarin didaktiek gemaakt werd”.⁷¹ Voor Freudenthal waren dit vruchtbare jaren, waarin hij zijn ideeën op het gebied van het wiskundeonderwijs en de wiskundedidactiek kon vormen en toetsen aan de feedback die hij in deze werkgroep kreeg. Hij omschreef de ww voor zichzelf als een “milieu van wiskundig-didactische bewustwording”.⁷²

Ook op (zuiver) wiskundig terrein bleef Freudenthal actief. Er was in de naoorlogse jaren in Utrecht een, zoals Van Est het omschreef, “voortreffelijke wiskunde-(sub)faculteit” ontstaan.⁷³ In 1951 werd het Mathematisch Instituut in Utrecht geopend. Freudenthal richtte zich in zijn wiskundig werk in die tijd op het verband tussen meetkunde en de topologische groepen (Lie-groepen). In zijn dies-rede ‘De wereld in de spiegel’, gehouden tijdens zijn rectoraatsjaar aan de Utrechtse Universiteit in 1964, zou Freudenthal spreken over de hiermee samenhangende kwestie van de oriëntatie van de ruimte.⁷⁴

Dit was slechts één van de vele interessegebieden van Freudenthal. Een kleine greep uit zijn publicaties levert naast wiskundige onderwerpen uit de topologie, statistiek en logica, een grote diversiteit aan onderwerpen, variërend van de geschiede-

68 Zie ook paragraaf 2.2.5.

69 Freudenthal, *Schrijf dat op*, Hans 224.

70 Meer hierover in paragraaf 6.3.

71 Van Hiele, ‘Freudenthal en de didactiek der wiskunde’, *Euclides* 51 (1975) 8-10, aldaar 9.

72 Freudenthal, *Schrijf dat op*, Hans 343.

73 W.T. van Est, ‘Hans Freudenthal. 17 september 1905-13 oktober 1990’, *Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen. Jaarboek 1991* (1991) 139-142, aldaar 140.

74 Hans Freudenthal, ‘De wereld in de spiegel’, *Jaarboek Rijksuniversiteit Utrecht* (Utrecht 1964); Van der Blij, ‘Professor Freudenthal zeventig jaar’, *Euclides* 51 (1975) 3-7, aldaar 6.

nis van de wiskunde en wetenschap, maten van damesconfectie, communicatie met buitenaardse intelligentie tot fysica en astronomie.⁷⁵ De grote gemene deler in veel van zijn publicaties was steeds het streven de wiskunde in een bredere context te belichten en de veelzijdigheid en toepasbaarheid van de wiskunde uit te dragen.

Voor zijn wetenschappelijk werk zou Freudenthal in totaal vijf eredoctoraten ontvangen.⁷⁶ Van Est schreef:

Zeer terecht is in de bul van het eredoctoraat dat de Humboldt Universität te Berlijn hem in 1960 verleende als considerans vermeld: ‘...in Würdigung seiner hervorragenden Verdienste um die Entwicklung der Theorie der topologischen und der Lieschen Gruppen und der algebraischen Topologie sowie in Anerkennung seiner vielseitigen Bemühungen, Probleme der modernen Kultur mathematisch zu durchdringen...’⁷⁷

Gedurende het collegejaar 1960/61 woonden Freudenthal, zijn vrouw en dochter een jaar in de Verenigde Staten, waar Freudenthal een ‘sabbatical year’ aan Yale University (New Haven, Connecticut) doorbracht. Terug in Utrecht vervulde hij in het collegejaar 1963/64 de rectorfunctie, hetgeen veel tijd en energie vergde en zijn aandacht grotendeels van onderwijszaken en de ww afhield.

Freudenthal verlegde zijn aandacht in de jaren zestig naar het uitdragen van de in de ww opgedane ideeën in bredere kringen en ontwikkelde zich tot een wiskundededidacticus met internationale bekendheid.⁷⁸ Zo was Freudenthal in 1954 Beth al opgevolgd als voorzitter van de Nederlandse Onderwijs Commissie voor Wiskunde (NOCW), een door het Wiskundig Genootschap ingestelde commissie, die tevens de Nederlandse subcommissie van de International Commission on Mathematical Instruction (ICMI) was.⁷⁹ Vier jaar later werd hij ‘Member at large’, van 1966 tot 1970 ICMI-president.

Freudenthal bleef echter altijd ‘l’enfant terrible’, zoals hij zichzelf trots omschreef, vasthoudend aan zijn eigen ideeën (ook als ze niet altijd even gangbaar en geaccepteerd waren) en scherpe kritiek uitend op alles wat hij als wetenschappelijk of didactisch ‘onkruid’ beschouwde.⁸⁰ In 1968 richtte hij het eerste internationale tijdschrift voor wiskundeonderwijs op, *Educational Studies in Mathematics*.⁸¹ Ook was hij de organisator van het eerste internationale congres voor wiskundeonderwijs te Lyon in 1969.

75 Hans Freudenthal en J. Sittig, *De juiste maat* (Leiden 1951); Hans Freudenthal, *Lincos-Design of a language for cosmic intercourse. Part 1* (Amsterdam 1960).

76 Deze vijf waren die van de Humboldt-Universität (Berlijn) in 1960, de Friedrich-Alexander Universität (Erlangen-Nürnberg) in 1972, York University (Toronto) in 1974, de Vrije Universiteit (Brussel) in 1974 en de Universiteit van Amsterdam in 1977; RANH, Hans Freudenthal Papers, inv.nr. 1858.

77 W.T. van Est, ‘Hans Freudenthal. 17 september 1905-13 oktober 1990’, *Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen. Jaarboek 1991* (1991) 139-142, aldaar 142.

78 Voor een uitgebreidere beschrijving van deze ontwikkelingen, zie hoofdstukken 8 en 9.

79 Zie ook paragraaf 6.6.

80 Freudenthal, *Schrijf dat op*, *Hans* 348.

81 Zie ook paragraaf 9.2.

Op 26 januari 1971 werd in Utrecht het Instituut voor de Ontwikkeling van het Wiskunde Onderwijs (IOWO) opgericht als professioneel instituut verbonden met de (overheids-)Commissie Modernisering Leerplan Wiskunde (CMLW).⁸² Freudenthal werd hoogleraar-directeur. IOWO-medewerker Jan de Lange schreef over het samenwerken met Freudenthal in die tijd:

Alhoewel iedereen het erover eens was dat HF de laatste jaren veel milder was geworden, blonken zijn bijdragen altijd uit door hun scherpte. Veel mensen stoorden zich daaraan, met name zijn slachtoffers. Ze realiseerden zich misschien niet altijd dat hij ook binnen de Vakgroep en het IOWO zijn kritiek op dezelfde heldere wijze uitte.⁸³

Het IOWO had officieel als taak het ontwikkelen van wiskundecurricula voor de leeftijdsgroep 4-18, maar hield zich ook bezig met het (bij)scholen van wiskundeleraren, het verbeteren van onderwijsmethoden en het ontwikkelen van computeronderwijs op de middelbare school.⁸⁴ Dit instituut zou voor Freudenthal een middel blijken zijn ideeën en theorieën aan de (klaslokaal)praktijk te toetsen en te ontwikkelen en tevens zijn gedachtegoed verder uit te dragen. Over de werkwijze van het IOWO schreef Freudenthal bij het aftreden als hoogleraar-directeur in 1976:⁸⁵

IOWO is no research institute; its members do not regard themselves as researchers but as producers of instruction, as engineers in the educational field, curriculum developers.⁸⁶

Tijdens deze IOWO-tijd schreef Freudenthal zijn magnum opus, *Mathematics as an Educational Task* (1973), een lijvig boekwerk waarin het merendeel van zijn tot dan toe gepubliceerde didactische artikelen voorkwamen.⁸⁷ Vijf jaar later werd dit gevolgd door het boek *Weeding and sowing. Preface to a science of mathematical education* (1978), waarin hij de weg en aanpak schetste die afgelegd zou moeten worden om tot wetenschap van wiskundeonderwijs te komen.⁸⁸

Ook na zijn afscheid als hoogleraar(-directeur) in 1976 bleef Freudenthal nauw betrokken bij het werk van het instituut. Bijna dagelijks was hij er te vinden. In 1981 echter werd het IOWO als zodanig opgeheven om op te gaan in een door de politiek zo gewenste algemene onderwijsstructuur. Een kleine groep medewerkers zette IOWO-onderzoek voort in de universitaire vakgroep Onderzoek Wiskundeonderwijs en Onderwijscomputercentrum (OW&OC) van de faculteit voor Wiskunde en Informatica in Utrecht, vanaf 1991 ‘Freudenthal Instituut’ genaamd. In 1983 schreef Freudenthal *Didactical phenomenology of mathematical structures*, waar-

82 Meer over de oprichting van het IOWO in hoofdstuk 9.

83 J. de Lange, ‘In memoriam Hans Freudenthal’, *Nieuwe wiskerant* 10 (1990) 3.

84 *Educational Studies in Mathematics* 7 (1976) 351.

85 Van der Blij volgde Freudenthal op als hoogleraar-directeur van het IOWO.

86 Hans Freudenthal, ‘Preface’, *Educational Studies in Mathematics* 7 (1976) 189.

87 Hans Freudenthal, *Mathematics as an educational task*.

88 Hans Freudenthal, *Weeding and sowing. Preface to a science of mathematical education* (Dordrecht 1978).



Freudenthal krijgt de Gouden Ganzeveer uitgereikt van de minister van Onderwijs en Wetenschappen, dhr. W.J. Deetman (1984).

van een deel een jaar later in het Nederlands verscheen onder de titel *Didactische fenomenologie van wiskundige structuren*.⁸⁹ In de inleiding schreef hij:

De didactische draagwijdte van mentale objecten en activiteiten en de aanzet van begripsvorming waar die didactisch mogelijk is, zijn het hoofdonderwerp van deze fenomenologie. Ze werd geschreven in de stimulerende sfeer van het IOWO en wordt derhalve opgedragen aan de nagedachtenis van die instelling die vermoord en ter ziele is, en aan haar medewerkers die doorgaan met in haar geest te werken.⁹⁰

Begin jaren tachtig begon Freudenthal met het opruimen en ordenen van al zijn papieren als voorbereiding op het schrijven van een autobiografisch werk. Op 24 september 1986 overleed zijn vrouw op 78-jarige leeftijd. In zijn grafrede sprak Freudenthal de volgende woorden:

Wat ben jij altijd flink geweest! Flink als voorbeeld voor mij en om me uit de put te helpen. Ik weet dat dat je laatste zorg is geweest: hoe zal Hans het zonder mij klaarspelen? Wees gerust, meisje, je hebt me geleerd je flinke jongen te zijn.⁹¹

89 Hans Freudenthal, *Didactical phenomenology of mathematical structures* (Dordrecht 1983); Hans Freudenthal, *Didactische fenomenologie van wiskundige structuren* (Utrecht 1984).

90 Freudenthal, *Didactische fenomenologie van wiskundige structuren* 10.

91 Freudenthal, *Schrijf dat op, Hans* 366.

Een jaar later verscheen Freudenthals *Schrijf dat op, Hans. Knipsels uit een leven*, een verzameling anekdotes, verhalen en verslagen uit zijn leven. “Een ooggetuigenverslag van een roerig tijdperk” noemde hij het:⁹²

Ik vertel verhalen, omdat ik hoop dat anderen ze onthouden en aan het nageslacht doorgeven – een ijdele hoop. Verhalen over mezelf, maar meestal over anderen. En dan gebeurt het telkens weer dat iemand zegt ‘Schrijf dat op, Hans!’, blijkbaar omdat hij het, net als ik, zonde vindt, dat zo’n verhaal in vergetelheid raakt. Daar doe ik nu verslag van, van wat ik gezien en gehoord heb.⁹³

Freudenthal bleef actief betrokken bij de ontwikkeling van het wiskundeonderwijs. Hij had zich eind jaren tachtig zelfs “tot de computer bekeerd”, zoals hij het omschreef.⁹⁴ Een geweldige uitvinding vond hij: niet alleen ging het werken ermee “zo snel als je denkt of spreekt”, ook kon hij nu naar eigen zeggen brieven schrijven, die hij anders nooit geschreven zou hebben, omdat de enigen die zijn gekriebel lezen konden allang gepensioneerd waren.⁹⁵

Op zijn oude dag zat Freudenthal nog steeds vol grootse plannen. In *Schrijf dat op, Hans* zei hij hierover:

Laat ik geen bescheidenheid veinzen. Ik doe nog nuttig werk. Ik kan het nog aan en doe het redelijk goed. Het lijkt veel, maar het is toch meer herhalen van eerder gezegde, eerder gedane zaken. Stokpaardjes berijden? Ik pak ook nieuwe ideeën op. Ideeën van anderen, wel te verstaan, om er ruchtbaarheid aan te geven. De anderen – daar ga je uiteraard selectief te werk: je vult je eigen weten en kunnen aan met wat erbij past en je ziet scherper wat er strijdig mee is. Standvastig en toch flexibel zijn is – althans in de goede verhouding – geen ouderdomskwaal, maar niet te erkennen dat er niettemin aan deze activiteit eens een eind moet komen, zou het wel kunnen zijn.⁹⁶

Na een rondreis in China in 1987, waar hij lezingen over zijn didactische ideeën gaf, voelde Freudenthal de behoefte deze nog een keer te stroomlijnen en op papier te zetten. Dit resulteerde in het boek *Revisiting mathematics education. China lectures*, dat zijn laatste zou blijken te zijn.⁹⁷ Een week nadat hij het manuscript voor het laatst doorgenomen had, overleed Hans Freudenthal, op 13 oktober 1990.

92 Ibid., 12.

93 Ibid., 13.

94 Freudenthal aan Hans Georg Steiner, 20 september 1990; RANH, Hans Freudenthal Papers, inv.nr. 71.

95 Ibid.

96 Freudenthal, *Schrijf dat op, Hans* 330.

97 Hans Freudenthal, *Revisiting mathematics education. China lectures* (Dordrecht 1991).