

“Elke positieve actie begint met critiek”

In herinnering aan mijn grootvader, W.A. van Gemert (1914-1996)

Voor Steven, en voor Mats, Anna en de kleine ...

Deze publicatie werd mede mogelijk gemaakt dankzij financiële steun van de Stichting Tijdschrift Janus, de J.E. Jurriaanse Stichting en het Dr. Hendrik Muller's Vaderlandsch Fonds.

Illustratie omslag: Rijksarchief in Noord-Holland, Papers of Hans Freudenthal (1905-1990), mathematician, 1906-1990.

Deze dissertatie heeft geen eigen ISBN.  
Het ISBN van de handelseditie is 90-6550-912-7.

©2006 Sacha la Bastide-van Gemert & Uitgeverij Verloren  
Postbus 1741, 1200 BS Hilversum  
[www.verloren.nl](http://www.verloren.nl)

Opmaak AlfaGrafica, Hilversum  
Omslagontwerp Robert Koopman, Hilversum  
Druk Wilco, Amersfoort  
Brochage Van Strien, Dordrecht

*No part of this book may be reproduced in any form without written permission from the publisher.*

RIJKSUNIVERSITEIT GRONINGEN

“Elke positieve actie begint met kritiek”  
Hans Freudenthal en de didactiek van de wiskunde

Proefschrift

ter verkrijging van het doctoraat in de  
Letteren  
aan de Rijksuniversiteit Groningen  
op gezag van de  
Rector Magnificus, dr. F. Zwarts,  
in het openbaar te verdedigen op  
donderdag 11 mei 2006  
om 14:45 uur

door

Sacha la Bastide-van Gemert

geboren op 19 maart 1973  
te Leiderdorp

Promotores: Prof.dr. K. van Berkel  
Prof.dr. J.A. van Maanen

Beoordelingscommissie: Prof.dr. M.J. Goedhart  
Prof.dr. W.E. Krul  
Prof.dr. A. Treffers

# Inhoudsopgave

Woord vooraf	9
1 Inleiding. “A way to master this world”	11
2 Middelbaar wiskundeonderwijs en wiskundendidactiek in het interbellum	21
2.1 Het middelbaar onderwijs in het interbellum	22
2.1.1 Het ontstaan van de schooltypen van het VHMO	22
2.1.2 Enkele schooltypen	23
2.1.3 De concurrentiestrijd tussen HBS en gymnasium	25
2.2 Discussies over het wiskundeonderwijs op het VHMO	27
2.2.1 Het aanvankelijk meetkundeonderwijs en de oprichting van <i>Euclides</i>	30
2.2.2 De commissie-Beth en de invoering van de differentiaal- en integraalrekening	34
2.2.3 De strijd om de mechanica	37
2.2.4 De opleiding tot wiskundeleraar	40
2.2.5 Nieuwe inzichten en de Wiskunde Werkgroep	43
3 Hans Freudenthal – een schets	47
3.1 Hans Freudenthal – een impressie	47
3.2 Luckenwalde	49
3.3 Berlijn	51
3.4 Amsterdam	53
3.5 Utrecht	62
4 ‘Rekendidaktiek’	69
4.1 De datering van ‘Rekendidaktiek’	70
4.2 Aanleiding en intentie	71
4.3 Het rekenonderwijs op de lagere school	74
4.4 Freudenthals ‘Rekendidaktiek’: de inhoud	77
4.4.1 Woord vooraf	77
4.4.2 Hulpwetenschappen	78
4.4.3 Doel en nut van het rekenonderwijs	83
4.5 ‘Rekendidaktiek’: elke positieve actie begint met kritiek	84

5	Een nieuw begin	89
5.1	Opvoeden	96
5.1.1	Opvoeden thuis	96
5.1.2	‘Onze taak als opvoeders nu’	97
5.1.3	‘Opvoeding tot denken’	99
5.1.4	‘Opvoeden’ in <i>De Groene Amsterdammer</i>	106
5.1.5	‘De medewerkende taak van de opvoeder bij de mensvorming’	109
5.1.6	Opvoeding: een samenvatting	111
5.2	Het Hoger Onderwijs	112
5.2.1	Studium Generale	113
5.2.2	De lerarenopleiding	117
5.2.3	Studieloon	123
5.2.4	Hoger onderwijs: een bouwvallig parthenon of schoon schip?	125
5.3	De Wiskunde Werkgroep	126
5.3.1	Activiteiten van de Wiskunde Werkgroep	127
5.3.2	‘De algebraïsche en analytische visie op het getalbegrip in de elementaire wiskunde’	130
5.3.3	‘De wiskunde voor niet-mathematische richtingen’	136
5.3.4	De wiskunde werkgroep van Freudenthal	137
6	Van roepende aan de zijlijn naar autoriteit	139
6.1	Wiskundeonderwijs en de opvoeding van het denkvermogen	142
6.2	Een lijk onder de vloer: het mechanicaonderwijs	149
6.3	Vorbereidingen voor een nieuw leerplan	156
6.4	Waarschijnlijkheidsrekening en statistiek: een studieboek	163
6.5	Paedagogums, paedagogochelaars en vakwetenschappers: de lerarenopleiding	169
6.6	Freudenthal internationaal	178
7	Freudenthal en de niveautheorie van de Van Hieles. Een leerproces	181
7.1	Inleiding: een bijzonder promotieonderzoek	181
7.2	Freudenthal als promotor	182
7.3	‘De problematiek van het inzicht’: de niveautheorie van Van Hiele	187
7.4	Freudenthal en de theorie van de Van Hieles: van ‘niveautheorie’ naar ‘guided reinvention’	193
7.5	Analyse van een leerproces: reflectie op reflectie	204
7.6	Tot slot	206
8	Methode versus inhoud. New Math en de modernisering van het wiskundeonderwijs	207
8.1	Inleiding: tijd voor modernisering	207
8.2	New Math	209
8.2.1	De kloof tussen moderne wiskunde en wiskundeonderwijs	209
8.2.2	Modernisering van het wiskundeonderwijs in de Verenigde Staten	211
8.3	Royaumont: een bridgeclub met onvoorziene gevolgen	215
8.3.1	Freudenthal in ‘the group of experts’	216
8.3.2	Royaumont zonder Freudenthal: de lancering van New Math	223

8.4	Freudenthal over moderne wiskunde en de betekenis ervan voor het wiskundeonderwijs	225
8.4.1	Het karakter van moderne wiskunde	225
8.4.2	Moderne wiskunde voor het grote publiek	228
8.4.3	De wiskundige “in der Unterhose auf der Straße”	230
8.4.4	Sprookjes en doodlopende wegen	232
8.4.5	Moderne wiskunde als dé oplossing?	235
8.5	Modernisering van het wiskundeonderwijs in Nederland	236
8.5.1	Initiatieven in binnen- en buitenland	237
8.5.2	Freudenthal: van ww naar “meewerken om bij te sturen”	240
8.5.3	De Commissie Modernisering Leerplan Wiskunde	243
8.5.4	De bijscholing van leraren	246
8.5.5	Een nieuw leerplan	247
8.6	Meetskundeonderwijs	252
8.6.1	Freudenthal en meetskundeonderwijs	254
8.6.2	Freudenthal over het aanvankelijk meetskundeonderwijs: passen en meten	256
8.6.3	Axiomatiseren in plaats van axiomatic – maar niet in de meetkunde	258
8.6.4	Moderne meetkunde in het onderwijs volgens Freudenthal	260
8.7	Logica	262
8.7.1	Exacte logica	262
8.7.2	De toepassing van moderne logica in het onderwijs	265
8.8	Freudenthal en New Math: conclusie	268
8.8.1	Een eenzame tegenstander van New Math?	268
8.8.2	Meewerken om bij te sturen	270
8.8.3	Kennis als wapen in de strijd voor beter wiskundeonderwijs	271
8.8.4	Freudenthal over het doel van het wiskundeonderwijs	274
9	Freudenthal ziet het zo	275
9.1	Inleiding: veranderingen van het strijdtoneel	275
9.2	Educational Studies in Mathematics	279
9.2.1	Met frisse tegenzin: de oprichting	279
9.2.2	Freudenthal als bewaker van het niveau	282
9.3	Het Instituut voor de Ontwikkeling van het Wiskunde Onderwijs	285
9.3.1	Van CMLW naar IOWO	285
9.3.2	Freudenthal en het IOWO	288
9.4	Wereldverkennen van de straatstenen tot de maan	295
9.4.1	Observeren als vader in ‘Rekendidaktiek’	295
9.4.2	Observeren als grootvader: wandelen met kleinkinderen	298
9.4.3	Opa Hans: een kritische noot	301
9.4.4	Wandeling over de rails: wiskunde van een driejarige	304
9.4.5	Observeren en het IOWO	307
9.5	De observatie als bron	309
9.5.1	Professor of kindse grootvader?	309
9.5.2	Het paradigma: voorbeeld der voorbeelden	311
9.5.3	Freudenthal ziet het zo: getalbegrip en didactische fenomenologie	315
9.5.4	Het recht op zindelijke wiskunde voor allen	323

9.6	Enfant terrible	330
9.6.1	Onkruid wieden	330
9.6.2	Trommelen op lege vaten	333
9.6.3	Freudenthal over Piaget: bewondering en genadeloze kritiek	338
9.7	De opdracht voor de toekomst	346
10	Epiloog. De cirkel is rond	349
	Summary	355
	Afkortingen	363
	Bibliografie	365
	Namenregister	378



# Woord vooraf

Dit promotieonderzoek is in 1996 gestart als onderdeel van het onderzoeksprogramma ‘Ontsluiting wetenschapsarchieven’, een samenwerkingsverband tussen de Nederlandse Organisatie voor Wetenschappelijk Onderzoek (NWO) en het Rijksarchief in Noord-Holland. In het Centrum voor Wetenschapsarchieven van het Rijksarchief in Noord-Holland, dat zich toelegt op het beheer van wetenschappelijke archieven, bevindt zich het persoonlijk archief van Hans Freudenthal, waarvan in 1999 de bijbehorende inventaris is gepubliceerd. NWO verzorgde het aanstellingsverband als Onderzoeker in Opleiding, waarbij de Rijksuniversiteit Groningen als standplaats fungeerde, de nodige faciliteiten verleende en in 2005 een korte vervolgaanstelling verzorgde.

Dat promoveren eenzaam werk is, is inherent aan het afleggen van de proeve die een promotieonderzoek behoort te zijn. Dit constaterende ben ik extra dankbaar, dat – hoe eenzaam soms ook – ik het desalniettemin niet *alleen* heb hoeven doen. Iedereen bedanken zonder in de gebruikelijke dankwoord-clichés te vervallen is een onmogelijke opgave. Daarom toch op deze plaats, mét clichés, maar zeker niet minder gemeend: woorden van dank aan iedereen die op zijn of haar manier een waardevolle bijdrage aan het totstandkomen en voltooiën van dit onderzoek heeft geleverd.

Zoals elk promotieonderzoek, staat of valt een succesvolle voltooiing ervan met de begeleiding. Prof.dr. K. van Berkel en prof.dr. J.A. van Maanen vormden samen een prachtig team van stimulerende, altijd meedenkende begeleiders. Klaas, ik wil je heel hartelijk danken dat je het al die jaren geleden aandurfde dit geschiedenisproject aan een wiskundige toe te vertrouwen. Nog belangrijker voor mij was dat je dit vertrouwen (ongeacht welk onvoorzien obstakel het onderzoek telkens weer deed stokken!) altijd hebt gehouden en me hebt weten ‘om te scholen’ tot wetenschapshistoricus. Jan, ook jou wil ik bedanken voor je vertrouwen, je schouderklopjes, je bemoedigende woorden en het af en toe ‘gewoon even bijpraten’ gedurende de hele rit. Jullie waren van begin tot eind een enorm steun.

Graag wil ik hier ook alle mensen hartelijk bedanken die in de loop der jaren mondeling of schriftelijk hun herinneringen aan Freudenthal met mij wilden delen:

prof.dr. F. van der Blij, prof.dr. A. Treffers, prof.dr. F.J. Keune en prof.dr. A. van Streun. Ook dank ik veel aan prof.dr. A.W. Grootendorst, met wie ik voor zijn dood in 2004 uitgebreid over mijn onderzoek sprak, en aan dr. Leen Streefland, die mij in het begin van mijn onderzoek waardevolle tips gaf, maar door wiens vroegtijdig overlijden in 1998 het helaas ook niet mogelijk is hem het eindresultaat voor te leggen. Meer waardevolle tips, nieuwe invalshoeken en ideeën kwamen van prof.dr. J. Terwel, prof.dr. H.J.M. Bos, prof.dr. E.M. de Jager en doctoren Ed de Moor, Marjolein Kool, Rijkje Dekker, C. de Pater, mr. B.D. van der Velden en mr. M. Freudenthal.

De leden van de leescommissie, prof.dr. A. Treffers, prof.dr. W.E. Krul en prof.dr. M.J. Goedhart, wil ik hartelijk danken voor hun kritische en snelle beoordeling van mijn proefschrift.

Paula Velthuys-Bechthold was met haar kennis van zaken een enorme hulp bij mijn zoektocht in Freudenthals persoonlijk archief in Haarlem, dank je wel voor alle koffie en bijbehorende gesprekken na de lange treinreis. Dat het fenomeen ‘kinderopvang’ naast werktijd ook waardevolle vriendschappen oplevert, bewezen Harriët Hamstra, Marieke Nelissen en Jeannette Hendriksen: dank jullie wel voor het lezen en corrigeren van het manuscript in de eindfase. Ook wil ik Nanette Jockinla Bastide en Ilse van Gemert graag hier bedanken voor het controleren en corrigeren van de ‘Summary’.

In de periode dat ik fysiek niet in staat was aan het onderzoek verder te werken, hielden Djoeke van Netten en Ilse het onderzoek toch gaande door uren computerwerk van mij over te nemen. Dankzij de geweldige medische begeleiding van het UMCG-pijnteam en met hulp en steun van (schoon)familie en goede vrienden kon ik de draad uiteindelijk toch weer zelf oppakken, waarvoor ik iedereen ontzettend dankbaar ben. Wiskundige en minder-wiskundige vriendinnen ver weg en dichtbij: bedankt voor jullie onmisbare steun en meeleven in de afgelopen jaren.

Tot slot woorden van dank voor alle steun die ik kreeg van familie en schoonfamilie. Papa en mama, dankzij de van jullie geleerde discipline kon ik dit karwei afronden. Paranimfen Nanne Huiges en Ilse, fijn dat jullie die taak op jullie wilden nemen en zo samen symbool kunnen staan voor de vereniging van ‘alfa en bèta’ tijdens mijn promotie. Mijn ouders en schoonouders bleken als oppas en logeeraadresen voor de kinderen een onmisbare schakel in de combinatie van promotie en gezinsleven: dank jullie wel voor al jullie goede zorgen.

Lieve Steef, het is dankzij jou dat dit alles gelukt is. Je eindeloze geduld, begrip en vertrouwen maakten dit boek. Mats en Anna, het: “Mama, straks als je boek af is, ...” ... is nu!