

University of Groningen

## Distributed coordination and partial synchronization in complex networks

Qin, Yuzhen

DOI:  
[10.33612/diss.108085222](https://doi.org/10.33612/diss.108085222)

**IMPORTANT NOTE: You are advised to consult the publisher's version (publisher's PDF) if you wish to cite from it. Please check the document version below.**

*Document Version*  
Publisher's PDF, also known as Version of record

*Publication date:*  
2019

[Link to publication in University of Groningen/UMCG research database](#)

*Citation for published version (APA):*  
Qin, Y. (2019). *Distributed coordination and partial synchronization in complex networks*. University of Groningen. <https://doi.org/10.33612/diss.108085222>

### Copyright

Other than for strictly personal use, it is not permitted to download or to forward/distribute the text or part of it without the consent of the author(s) and/or copyright holder(s), unless the work is under an open content license (like Creative Commons).

### Take-down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

*Downloaded from the University of Groningen/UMCG research database (Pure): <http://www.rug.nl/research/portal>. For technical reasons the number of authors shown on this cover page is limited to 10 maximum.*

## Samenvatting

---

Coördinerend gedrag in populaties van interactieve units wordt veel geobserveerd in natuurlijke systemen. Veel pogingen zijn gemaakt om dit gedrag begrijpen, dat ook dient als een inspiratie voor veel toepassingen. Deze thesis wijdt zich toe aan: 1) de studie van gedistribueerde coördinatie algoritmen, dat een van die toepassingen is, en 2) het onderzoeken van de onderliggende mechanismen van een bepaalde type coördinatie, i.e., partiele synchronisatie.

Deel I van de thesis focust op de studie van gedistribueerde coördinatie algoritmen. Bij het implementeren van dergelijke systemen worden de rekenkundige processen onoverkomelijk beïnvloed door willekeurige factoren die kunnen voortkomen uit spontane veranderingen in netwerk structuren of communicatie vertragingen. Daarnaast kan een bepaalde mate van willekeurigheid met intentie worden ingebracht om de globale prestaties van de algoritmen te verbeteren. Rekening houdend met deze willekeurigheid worden gedistribueerde coördinatie algoritmen gemodelleerd door stochastische systemen. Echter, in veel gevallen kunnen traditionele methoden niet direct worden toegepast voor de stochastische stabiliteit analyse. Daarom is er een grote behoefte aan de ontwikkeling van nieuwe resultaten voor de stabiliteit van stochastische systemen. Dit is exact het doel van hoofdstuk 3. In dit hoofdstuk ontwikkelen we een nieuw Lyapunov criterium, genaamd het eindige-stap Lyapunov criterium, voor stochastische systemen in discrete tijd. Voor het bestaande Lyapunov criterium moet een geconstrueerde Lyapunov functie op elke tijdstap afnemen om stabiliteit te garanderen. Hierin verzwakken we deze eis uitzonderlijk door toe te staan dat de functie afneemt na een bepaald eindig aantal tijdstappen. Deze verzwakte eis geeft een groter aantal mogelijkheden bij de constructie van een Lyapunov functie. In hoofdstuk 4 tonen we vervolgens aan hoe het nieuwe criterium kan worden gebruikt bij het oplossen van problemen in gedistribueerde coördinatie algoritmen zoals: 1) de convergentie van producten van willekeurige reeksen van stochastische matrices, 2) door asynchrone updating geïnduceerde overeenkomst van agenten gekoppeld door een periodiek netwerk, en 3) oplossingen van algebraïsche vergelijkingen via gedistribueerde middeling algoritmen in willekeurig veranderende netwerken.

Globale synchronisatie in het brein is vaak een teken van een bepaalde brein ziekte, maar partiele synchronisatie komt juist voor in een gezond brein. Dit gegeven motiveert ons om partiele synchronisatie te bestuderen in deel II van de thesis, waarin getracht wordt het onderliggende mechanisme te ontdekken die tot een dergelijk type coördinatie kan leiden. Hiervoor gebruiken we het Kuramoto model en het Kuramoto-Sakaguchi model om de dynamica van oscillatoren te beschrijven. Twee klasse van partiele synchronisatie worden bestudeerd: 1) synchronisatie tussen een set oscillatoren met directe connecties; 2) synchronisatie tussen oscillatoren zonder directe connectie, genoemd *afgezonderde synchronisatie*. De eerste klasse wordt bestudeerd in hoofdstuk 5. Geïnspireerd door de organisatie van corticale neuronen in het brein, wordt een twee-laags netwerk structuur beschouwd. The oscillatoren zijn volledig verboden, waardoor lokale gemeenschappen worden gevormd op een lager niveau; op het hogere niveau zijn de gemeenschappen verbonden met een verspreid netwerk. We tonen aan dat een hoge koppel sterkte tussen de set van direct gekoppelde oscillatoren tot partiele synchronisatie kan leiden.

Afgezonderde synchronisatie in ster netwerken wordt bestudeerd in de hoofdstukken 6 en 7. Om de stabiliteit van de partiele synchronisatie te bewijzen, moet vaak de partiele stabiliteit van een niet-lineair systeem worden aangetoond. Echter, in ons geval zijn de bestaande criteria voor partiele stabiliteit niet direct toepasbaar, hetgeen ons motiveert om nieuwe criteria voor partiele stabiliteit af te leiden in hoofdstuk 6. We bewijzen eerst dat een geconstrueerde Lyapunov functie niet noodzakelijk een strikt negatieve tijd afgeleide hoeft te hebben. Als de tijd afgeleide afneemt na een eindige hoeveelheid tijd, dan kan asymptotische (of exponentiele) stabiliteit gegarandeerd worden. Vervolgens tonen we aan dat exponentiele stabiliteit van een klasse van slow-fast systemen kan worden bestudeerd aan de hand van van een gemiddeld systeem dat kan worden verkregen door periodieke middeling. In hoofdstuk 7, bestuderen we een gericht ster netwerk en tonen we de belangrijke rol aan van de symmetrie in de uitgaande connecties van de centrale oscillator in het ontstaan van afgezonderde synchronisatie tussen de perifere oscillatoren. Tot slot focussen we op een niet gericht ster netwerk met twee perifere oscillatoren. Door gebruik te maken van de criteria ontwikkeld in hoofdstuk 6 bewijzen we dat het ontstemmen van de natuurlijke frequentie van de centrale oscillator afgezonderde synchronisatie kan bevorderen.