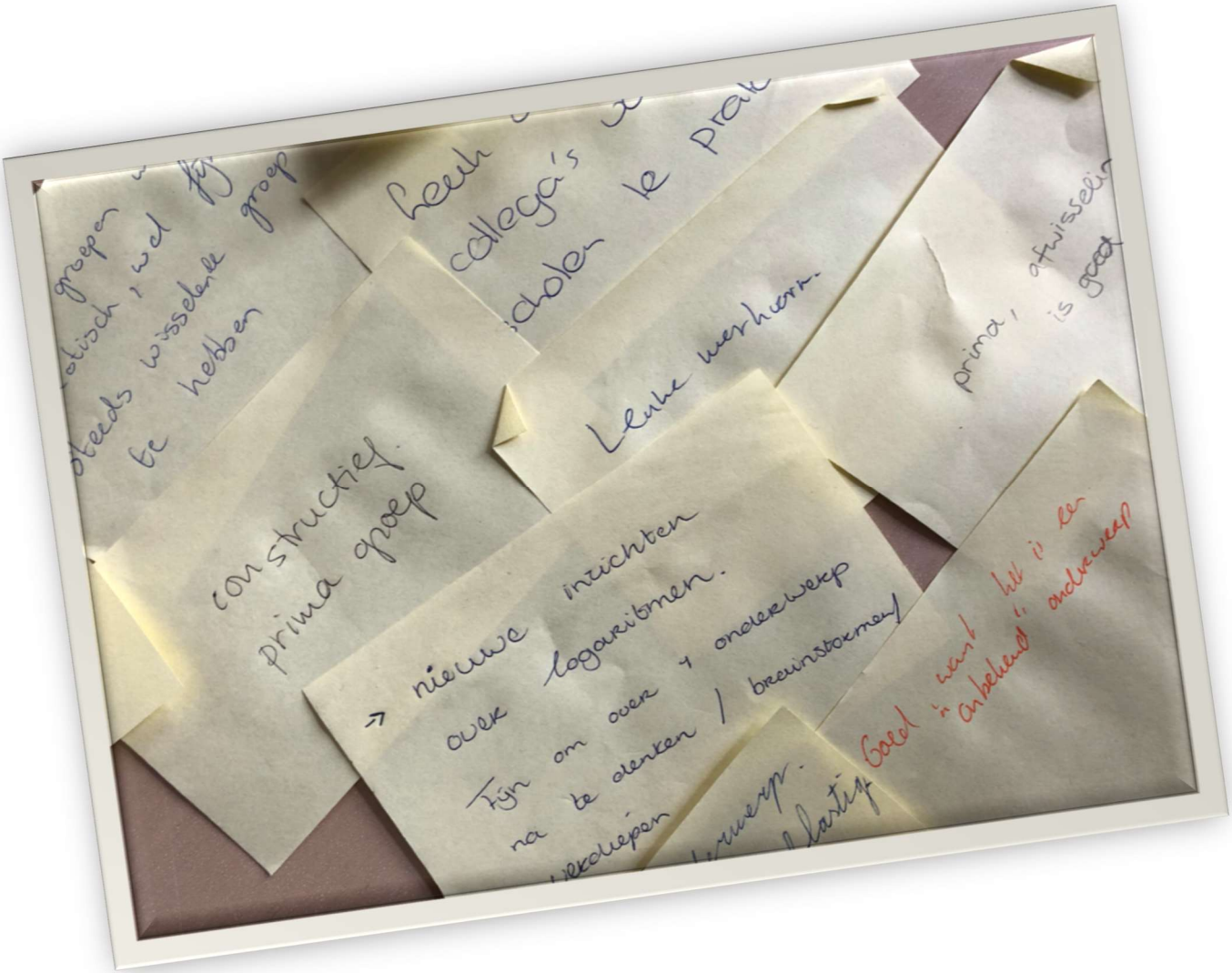
Expertisecentrum Vakdidactiek Noord

Professionele Leergemeenschap Wiskunde

2018 / 2019



rijksuniversiteit groningen

Inhoud

Voorwoord	4
Inleiding	5
PLG1 Logaritmen 12 oktober 2017	6
PLG2 Logaritmen vervolg 23 november 2018	9
PLG3 Goniometrie 14 december 2018	11
PLG 4 Betrouwbaarheidsintervallen 25 januari 2019	14
PLG 5 Rekenregels en verhoudingen 8 maart 2019	17
De tussendoortjes	18
Nawoord	20

Bijlage	Titel	PLG
1	Testje logaritmen	1
2	PPT onderzoek naar leren logaritmen	1
3	Klas 6 sommen ter controle logaritmen	1
4	Logworstelen	1
5	PPT logaritmen vanuit groei	2
6	Logaritmen vanuit ontdekkend leren	2
7	A) Logaritmen vanuit herhaald delen B) Kanttekening bij 7A	2
8	PPT onderzoek naar abstractieniveau goniometrie	3
9	Testje goniometrie	3
10	Lesson Study “Van driehoek naar golf”	3
11	Fractals kerstboom	3
12	Ionica Smeets, nieuwjaarswens	3
13	PPT onderzoek naar begrip statistiek	4
14	Spelletjes	4
15	Meetkundige puzzeltjes	5

Voorwoord

Met onderstaande tekst had EVN (Expertisecentrum Vakdidactiek Noord) aan het eind van het schooljaar 2017-2018 een oproep gedaan aan docenten wiskunde in het eerstegraadsgebied om deel te nemen aan de Professionele Leergemeenschap Wiskunde (PLG) 2018-2019.

> *Logaritmische en goniometrische functies, telproblemen, betrouwbaarheidsintervallen, differentiëren en integreren, statistiek, analytische meetkunde, ….*
>
> *Als eerstegraads wiskundedocent wordt er van je verwacht dat je alle onderwerpen in het schoolcurriculum kunt onderwijzen. Vaak speelt de methode die op school gebruikt wordt een belangrijke rol bij het geven van wiskundeonderwijs. Maar aan de andere kant wil je eigen accenten zetten en ben je graag Baas Boven Boek. Je weet uit ervaring wat werkt als je bepaalde onderwerpen behandelt in de wiskundeles maar bent ook nieuwsgierig naar de 'beste' manier. Nieuwe werkvormen uitwerken of materiaal maken bij het boek kost echter tijd.*
>
> *In deze PLG willen we bij verschillende onderwerpen uit het curriculum van havo- en vwo-bovenbouw stilstaan. Dat doen we aan de hand van drie aspecten: wat leerlingen lastig vinden, wat er in de literatuur bekend is over de didactiek van dat onderwerp én hoe we deze inzichten kunnen gebruiken in ons onderwijs. We benaderen de onderwerpen op een onderzoekende manier. Vervolgens gebruiken we deze inzichten bij het gezamenlijk ontwerpen van lesactiviteiten.*
>
> *Deelname aan deze PLG geeft een verdiepende impuls aan je dagelijkse praktijk.*

Daar werd een aantal wiskundedocenten zo blij van dat ze zich hebben aangemeld. Acht deelnemers hebben samen met ons, ondergetekenden, vijf bijeenkomsten enthousiast en nieuwsgierig samengewerkt.

Dit verslag is daar een beknopte samenvatting van, om niet-deelnemers een beeld te geven van wat er eventueel in een nieuwe PLG verwacht kan worden.

Maart 2019 Evelien Zeggelink en Gerrit Roorda

Inleiding

Vanaf september 2018 tot en met maart 2019 hebben acht deelnemers gewerkt aan delen van lessen en opdrachten die deels in dit boekje, deels digitaal, bij elkaar zijn gebracht.

In de vijf bijeenkomsten hebben we steeds een vakinhoudelijk onderwerp centraal gesteld. Het onderwerp was telkens door de deelnemers zelf aangedragen. Ervaringen met (ontworpen) lesactiviteiten werden besproken, achtergrondinformatie uit onderzoek werd gepresenteerd en gebruikt om nieuw materiaal of een les-idee te ontwikkelen.

In de pauze werd telkens door één of meerdere deelnemers een zogenaamd tussendoortje aangedragen. Deze tussendoortjes zijn uitgevoerd en verspreid om eventueel met onze eigen leerlingen ook te doen. De tussendoortjes worden aan het eind van het verslag beschreven.

Verder is de volgorde in dit verslag bepaald door de volgorde van de bijeenkomsten.

PLG 1 LOGARITMEN 12 oktober 2018

Na het voorstelrondje en enkele kennismakingsopdrachten begonnen we met ons inhoudelijk onderwerp: "*de logaritme*".
We zijn gestart vanuit veelgemaakte fouten door onze eigen leerlingen. Elke deelnemer had in één of meer van zijn bovenbouwklassen waarin de logaritme al behandeld is, een testje afgenomen. Het maakte niet uit of dit in een HAVO of VWO klas gebeurde, en ook het type wiskunde was onbelangrijk.
De leerlingen moesten een aantal sommen over de logaritme maken en aangeven wat ze moeilijk vonden, en waarom. Het testje is afgebeeld in Figuur 1 en als Pdf-bestand te vinden in Bijlage 1.

Maak deze sommen zonder (grafische) rekenmachine. Vergeet niet uitleg en/of berekening te geven.

1. zet de volgende vijf getallen op volgorde van klein naar groot

   $-log(2), \quad -log(.75), \quad log(0.5), \quad log(5), \quad log(1)$

2. ${}^{9}\log(3) =$

3. $\frac{\log(25)}{\log(5)} =$

4. ${}^{5}\log(15) - {}^{5}\log(3) =$

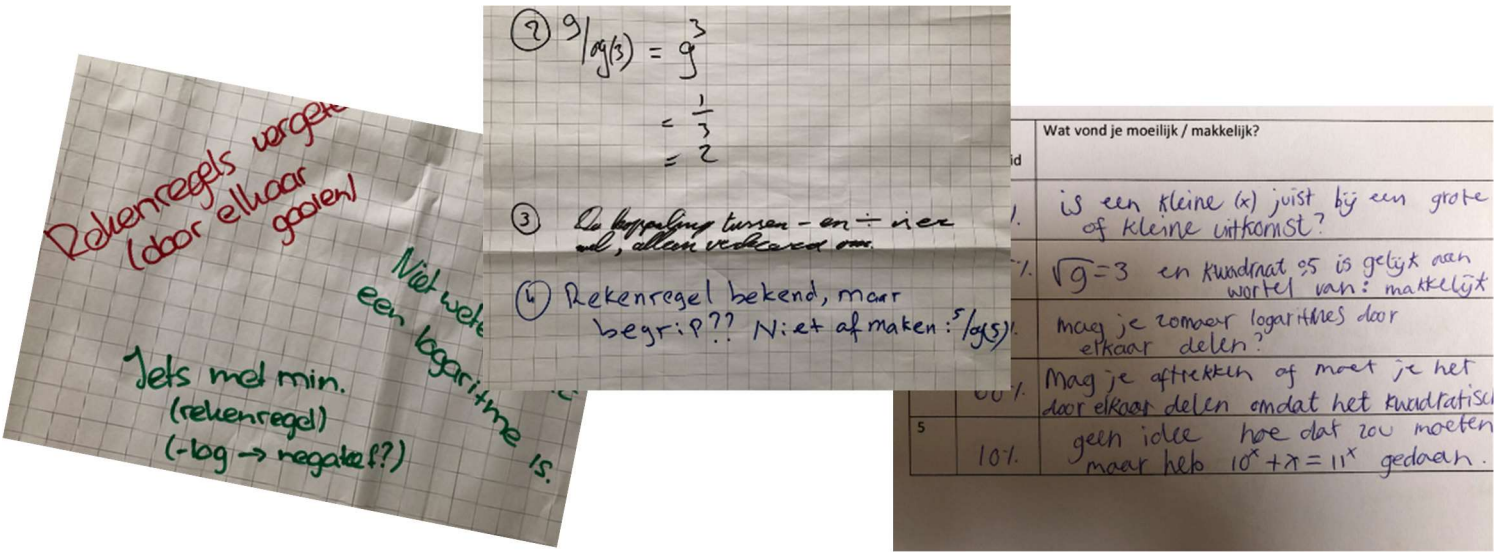
5. $\log(x) + x = (schrijf\ als\ één\ logaritme)$

Geef in onderstaande tabel voor elke som aan hoe zeker je bent van de juistheid van je antwoord. Druk dit uit in een percentage tussen 0 en 100%.

Daarnaast vertel je wat je moeilijk of makkelijk vond aan die som.

Figuur 1: Logaritmetestje voor leerlingen

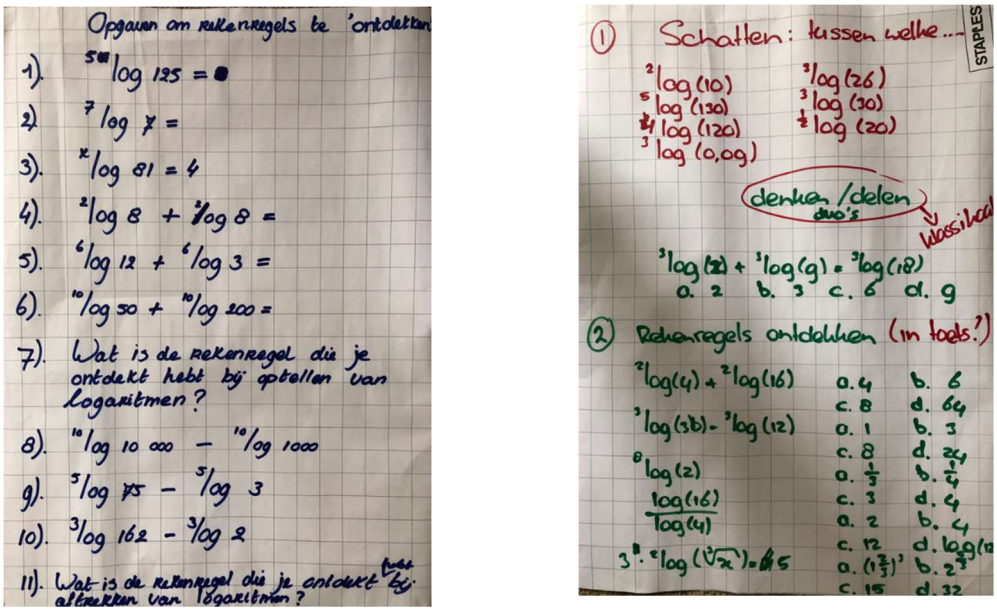
Tijdens de bijeenkomst hebben we in twee groepen gecategoriseerd wat leerlingen moeilijk vinden en veel fout doen. Dat leverde een hoop herkenning en natuurlijk tegelijkertijd ook frustratie op. Enkele conclusies die we zelf hebben getrokken zijn te vinden in Figuur 2. Ook zien we daarin een voorbeeld van een reactie van een leerling op de test.



Figuur 2: Veelgemaakte fouten door leerlingen; voorbeeld reactie leerling

De resultaten hebben we gekoppeld aan wat er bekend is uit onderzoek op het gebied van veelgemaakte fouten en misconcepties bij leerlingen. De PowerPointpresentatie over dit onderzoek is te vinden in Bijlage 2.

Met onze bevindingen hebben we in nieuwe groepen een (stukje) les gemaakt waarmee we de leerlingen hopelijk in de toekomst nog beter kunnen helpen de logaritme te begrijpen. Eén groepje maakte een les voor het ontdekkend leren van de logaritme. Het andere groepje maakte een les voor de controle of je als leerling alles begrepen hebt. In Figuur 4 zien we de eerste opzet van die lesjes.



Figuur 4: Eerste opzet lesjes logaritmen

In Bijlage 3 is het word-document te vinden waarin deze opgaven staan die gebruikt kunnen worden om te controleren of de leerlingen het begrepen hebben.

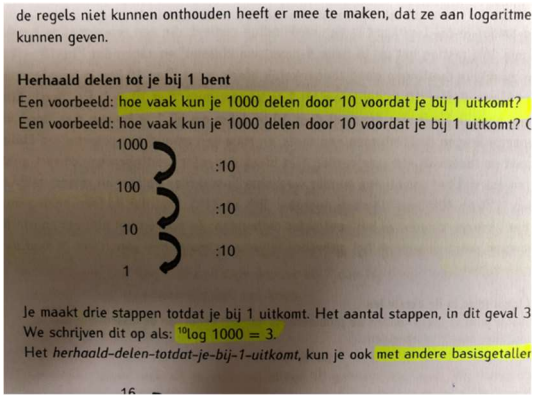
Vervolgens heeft een aantal leden van de groep in de weken daarna de gemaakte (deel)lesjes getest in de klas.
Ook hebben we geconcludeerd dat de wijze waarop je de logaritme introduceert ook bepalend kan zijn voor het begrip bij je leerlingen. Daarom bereidt een aantal van ons verschillende introductiewijzen voor, voor de volgende bijeenkomst.

PLG 2 LOGARITMEN VERVOLG 23 november 2018

Een aantal deelnemers heeft de deellesjes in klassen gegeven. De ervaringen daarmee zijn aan het begin van de middag uitgewisseld. Vooral het ontdekkend leren werd als enorm zinvol ervaren.

In de meeste methodes voor wiskunde wordt de logaritme nu als inverse van de exponentiële functie geïntroduceerd. In aanloop naar deze bijeenkomst had een aantal leden zich verdiept in andere manieren van het introduceren van de logaritmen.

Een deelnemer heeft ons meegenomen in de introductie vanuit groei (hoe lang duurt het voordat een aantal vertienvoudigd is bij groeifactor g?), een oude methode uit HEWET (Figuur 5). Haar presentatie is te vinden in Bijlage 5.


de regels niet kunnen onthouden heeft er mee te maken, dat ze aan logaritme
kunnen geven.

Herhaald delen tot je bij 1 bent
Een voorbeeld: hoe vaak kun je 1000 delen door 10 voordat je bij 1 uitkomt?
Een voorbeeld: hoe vaak kun je 1000 delen door 10 voordat je bij 1 uitkomt? (

1000 :10
100 :10
10 :10
1

Je maakt drie stappen totdat je bij 1 uitkomt. Het aantal stappen, in dit geval 3
We schrijven dit op als: $^{10}\log 1000 = 3$.
Het *herhaald-delen-totdat-je-bij-1-uitkomt*, kun je ook met andere basisgetaller

Figuur 5: Logaritme vanuit groei, en vanuit herhaald delen

Een andere deelnemer liet zien hoe de logaritme geïntroduceerd kan worden vanuit ontdekkend leren. In Bijlage 6 is te vinden welk document hij hiervoor heeft gebruikt.
Twee leden vertelden hoe je de logaritme kan introduceren vanuit herhaald delen (Figuur 5). In Bijlages 7a en 7b zijn de bijbehorende artikelen uit de Euclides na te lezen.
De laatste presentator nam ons mee in de geschiedenis en liet zien hoe we de interesse, in de oorspronkelijke noodzaak van logaritmen, van de leerlingen zouden kunnen wekken.
https://www.maa.org/press/periodicals/convergence/logarithms-the-early-history-of-a-familiar-function-john-napier-introduces-logarithms

Het was mooi om te zien hoe serieus iedereen zijn of haar introductie op logaritmen had voorbereid en dat iedereen er ook wat van kon opsteken en meenemen in zijn of haar lessen. De afwisseling en het delen van kennis werden positief gewaardeerd.

Vervolgens heeft iedereen een korte pitch gegeven over de onderwerpen die hij of zij behandeld zou willen zien in de komende bijeenkomsten. Daarna hebben we gestemd. Het resultaat van de stemming staat hieronder.

Onderwerp	Schoolsoort	Type wiskunde	Jouw voorkeur
Combinatoriek	HAVO	A	IIIII
Betrouwbaarheidsintervallen	HAVO	A	IIIIIIIIII
Rekenregels en verhoudingen (breuken)	HAVO	A	IIIIIIIIII
Hypothese toetsen	VWO HAVO	A	I
Kettingregel	HAVO	B	I
Toegepaste integraalrekening (zwaartepunten)	VWO	B	
Raaklijnen aan cirkels	HAVO	B	IIII
Goniometrische formules	VWO	B	IIIIIIIIIIIIIII
Meetkunde (vectoralgebra)	VWO	B	IIIIIII

De volgende bijeenkomsten gaan daarom over goniometrische formules, betrouwbaarheidsintervallen en rekenregels en verhoudingen. De andere onderwerpen zijn wellicht interessant voor toekomstige PLG-bijeenkomsten.

PLG 3 GONIOMETRIE 14 december 2018

Eén van de deelnemers kaartte de vorige keer aan dat ze het lastig vindt dat leerlingen de moeite niet nemen om regels te stampen. Is dat de oorzaak van slechte resultaten bij goniometrie? Of is het de wijze waarop het geïntroduceerd wordt? Het was tijdens de stemming duidelijk dat er veel interesse is voor het onderwerp goniometrische formules. Vandaar dat het meteen het onderwerp is voor deze volgende PLG-bijeenkomst.

We begonnen met een "rondje langs de velden". Iedereen vertelde kort wat zijn of haar ervaringen op het gebied van lesgeven in goniometrie zijn. Daarbij kwam aan bod of dat in HAVO of VWO was, of het wiskunde A of wiskunde B betrof, of de eenheidscirkel gebruikt wordt, hoe je radialen introduceert en wat de leerlingen lastig lijken te vinden.
Enkele van de waarnemingen waren:

- HAVO: praktischer
- HAVO: geen afgeleide van goniometrische functies
- HAVO : programma wiskunde B lijkt op VWO wiskunde A
- Regels zijn heel abstract voor de leerlingen
- Begrip radiaal lastig: vb. wat is het verschil tussen $sin(3)$, $sin\ (3°)$, $\sin(3\pi)$

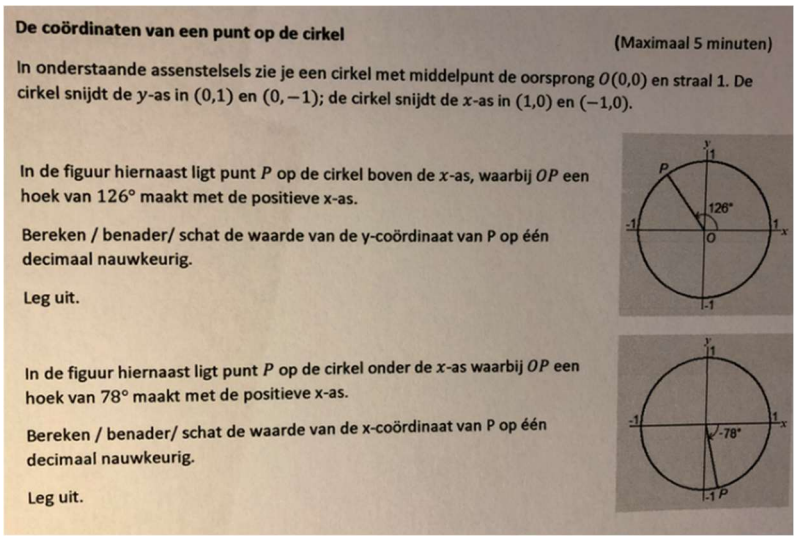
Vervolgens hebben we een kort overzicht gegeven over wat onderzoek zegt over de obstakels bij goniometrie. Deze PowerPointpresentatie is te vinden in Bijlage 8. In de onderbouw leren leerlingen de sinus en de cosinus in rechthoekige driehoeken, aan het begin van de bovenbouw wordt de eenheidscirkel geïntroduceerd en gaat het over radialen, vervolgens zijn de sinus en de cosinus in het examen functies 'geworden'.
Het lijkt alsof de mate van abstractie nog niet op elk moment aanwezig is en dat het beter zou zijn als de leerlingen zelf zouden moeten ondervinden wat de verschillende betekenissen zijn. Hier hebben we later op de middag geprobeerd rekening mee te houden.

De deelneemster die bovenaan genoemd werd, heeft vervolgens een toets-analyse gepresenteerd van haar laatste toets over goniometrie in klas 6 wiskunde B. Daaruit bleek het volgende:

- de rekenregels zijn te abstract (geen begrip van betekenis)
- de kettingregel wordt niet herkend
- de leerlingen gebruiken verkeerde regels
- de leerlingen vergeten $+k \cdot 2\pi$
- sinus en cosinus als functies is lastig

Ze had vorige jaren lesgegeven met de module over reuzenraderen in de hoop dat goniometrie beter zou landen bij de leerlingen, omdat de leerlingen er praktischer mee bezig waren. Maar de resultaten vielen tegen. Nu ze weer terug naar het boek was gegaan waren de resultaten nog steeds niet veel beter.

In de groep hebben we daarna een nadere analyse gemaakt van aandachtspunten, mede naar aanleiding van het kleine testje dat een aantal van ons in de bovenbouw bij leerlingen had afgenomen. Dit testje is te zien in Figuur 6 en als Word-document te vinden in Bijlage 9.



De coördinaten van een punt op de cirkel (Maximaal 5 minuten)

In onderstaande assenstelsels zie je een cirkel met middelpunt de oorsprong $O(0,0)$ en straal 1. De cirkel snijdt de y-as in $(0,1)$ en $(0,-1)$; de cirkel snijdt de x-as in $(1,0)$ en $(-1,0)$.

In de figuur hiernaast ligt punt P op de cirkel boven de x-as, waarbij OP een hoek van $126°$ maakt met de positieve x-as.

Bereken / benader/ schat de waarde van de y-coördinaat van P op één decimaal nauwkeurig.

Leg uit.

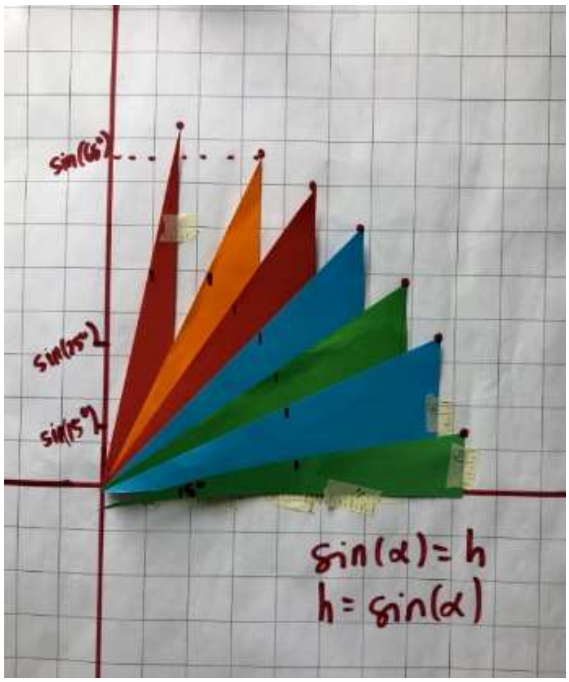
In de figuur hiernaast ligt punt P op de cirkel onder de x-as waarbij OP een hoek van $78°$ maakt met de positieve x-as.

Bereken / benader/ schat de waarde van de x-coördinaat van P op één decimaal nauwkeurig.

Leg uit.

Figuur 6: Testje goniometrie

Vervolgens hebben we de introductie nagedaan van een eerder ontworpen les door een Lesson Study groep: “Van driehoek naar golf’ (Bijlage 10). Dit leverde naast prachtige plaatjes zoals in Figuur 7, ook veel enthousiasme op.



Figuur 7: Van driehoek naar golf

Algemene tips die we formuleerden bij het eventueel uitvoeren van deze les:

a. In elk geval allemaal verschillende kleuren driehoeken gebruiken.
b. Grootte van de hoeken in de hoeken laten schrijven.

Na de pauze hebben we in drie kleine groepen gewerkt aan een mogelijke vervolg-les op de introductie-les van driehoek naar golf. Elke groep richtte zich op een eigen vervolgonderdeel:

1. **Overgang naar radialen.**

Het idee is om leerlingen zelf een cirkel te laten tekenen (met een straal tussen 6 en 10 cm) en ze daarna met een touwtje met lengte straal te laten passen hoe vaak het touwtje eromheen past (altijd 6 keer en een beetje = 2π). Vervolgens spreek je met de leerlingen af dat één keer het touwtje langs de cirkel, één radiaal wordt genoemd: leerlingen daarna zelf de bijbehorende hoek laten meten met de geodriehoek.

2. **Symmetrie**

Laat de leerlingen zelf eigenschappen van symmetrie ontdekken met een aantal opties, zoals bijvoorbeeld hieronder is weergegeven (hoeken in graden). Zoek dezelfde uitkomsten bij elkaar:

sin(10)	sin(140)	-sin(190)
sin(40)	sin(130)	-sin(220)
sin(50)	sin(100)	-sin(260)
sin(80)	sin(170)	-sin(230)

3. **Verband sinus cosinus**

Zelfde werkvorm als uit introductie-les, maar dan driehoekjes andersom en van klein naar groot opplakken en naar de x-as kijken (of met complementaire hoeken werken).

PLG 4 BETROUWBAARHEIDSINTERVALLEN 25 januari 2019

Niet elk groepslid heeft ervaring met lesgeven over betrouwbaarheidsintervallen, omdat het pas recentelijk in het HAVO-programma voor wiskunde A is gekomen. Iedereen heeft verteld in hoeverre hij of zij al lessen over betrouwbaarheid heeft gegeven en hoe het was om het voor het eerst te doen. Voor de mensen met ervaring was het allemaal best een opgave om er voor het eerst les in te geven (het boek Getal en Ruimte heeft pagina's vol theorie die de leerlingen toch niet lezen).
Vervolgens hebben we naar een som gekeken, Figuur 8, die de leerlingen moeten kunnen maken (HAVO A) en gevraagd hoe iedereen de betekenis van het 95% betrouwbaarheidsinterval uitlegt.

Je vermoeden is dat meer dan de helft van de jongeren een SAMSUNG-mobieltje heeft. Uit een aselecte steekproef van 200 leerlingen van jouw school zeggen 130 leerlingen dat ze een SAMSUNG hebben. Je wilt een schatting hebben van het percentage jongeren dat een SAMSUNG bezit. De leerlingen kunnen al het betrouwbaarheidsinterval uitrekenen van de steekproefproportie. Hou zou jij nu uitleggen wat het 95%-betrouwbaarheidsinterval betekent?

Figuur 8: Som, uitleg over 95%-betrouwbaarheidsinterval

Dan blijkt dat het, zoals verwacht, een ingewikkeld concept te zijn. Frederieke, onze econometrist, helpt ons op weg met de goede betekenis van het betrouwbaarheidsinterval. We komen tot uitspraken als:

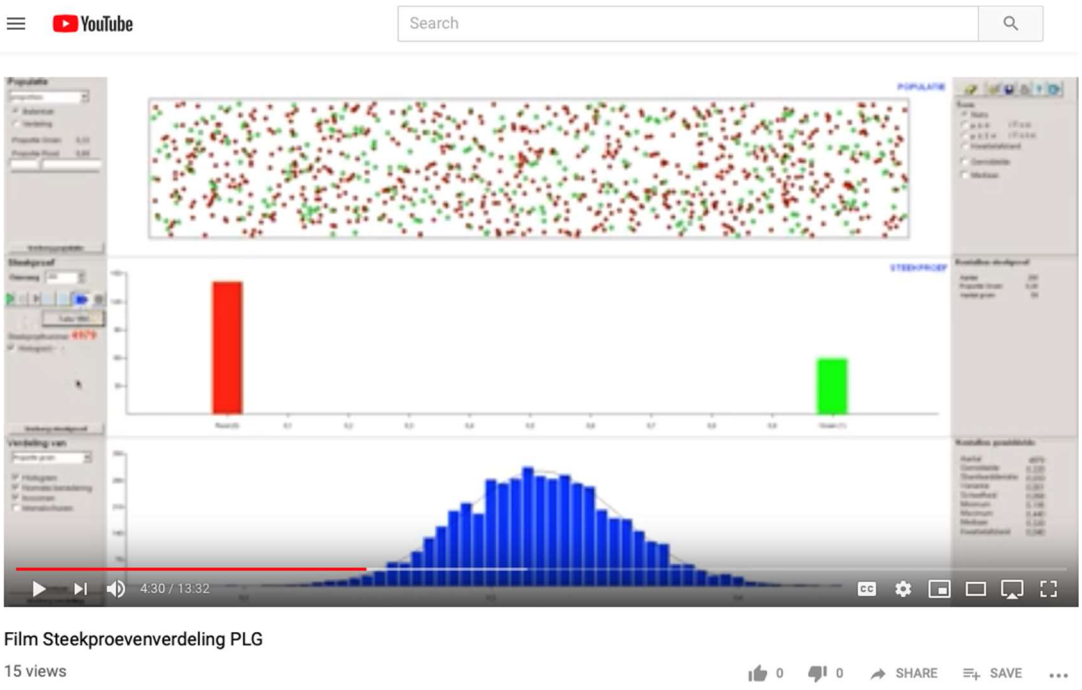
- Als ik 100 keer een even grote steekproef zou nemen, dan zou in 95 daarvan de echte populatieproportie zitten.
- Je kunt met 95% zekerheid/ betrouwbaarheid zeggen dat het interval de werkelijke populatieproportie bevat.

Daarna hebben we zelf een kleine proef met het 'hoofdpijn-dossier' van Gerrit gedaan (Figuur 9). We moesten een steekproef van 25 nemen uit een A-4tje met alleen maar de letters J en N. Vervolgens moesten we het betrouwbaarheidsinterval geven bij onze steekproefproportie van de letter N.

Figuur 9: Hoofdpijndossier Gerrit en zakjes M&M's

Vervolgens heeft Gerrit een korte samenvatting gegeven van onderzoeksresultaten uit het boek “Developing Students’ Statistical Reasoning”. De bijbehorende PowerPointpresentatie is te vinden in Bijlage 13. Belangrijkste conclusie was dat leerlingen eerst met de ‘handen’ moeten gaan begrijpen wat het betekent om een steekproef te nemen; wat de grootte van een steekproef doet. Voorbeelden hiervan zijn het bovengenoemde hoofdpijndossier of tellen van een bepaalde kleur M&M’s in kleine uitdeelzakjes (Figuur 9). In dit kader lijkt het ons zinvol om leerlingen bijvoorbeeld een filmpje te laten zien, hoe de fabriek van M&M’s de zakjes vult.

Wat betrouwbaarheidsinterval dan vervolgens betekent, kan heel goed met behulp van een simulatie door de docent getoond worden.
We hebben daarom gekeken naar de instructies van één van onze deelnemers in haar YouTube-filmpje (Figuur 10).



Figuur 10: Deelnemer op YouTube

Na de pauze heeft één groep zich naar aanleiding van deze instructies beziggehouden met de mogelijkheden van VU-stat. Ook hier was de conclusie dat leerlingen eerst zelf moeten voelen wat een steekproef is. De docent kan dan pas een uitleg over simulatie geven en daarmee betekenis geven aan het begrip betrouwbaarheidsinterval.

De andere groep heeft een aantal examens bestudeerd om te zien wat de leerlingen nu feitelijk moeten beheersen op een eindexamen als het de betrouwbaarheidsintervallen aangaat. De conclusie is dat ze

voornamelijk een betrouwbaarheidsinterval moeten kunnen uitrekenen. Daarbij opmerkend dat de formules daarvoor worden gegeven op het examenblad. Maar een beetje meer begrip wordt af en toe toch ook gevraagd. Een mooi voorbeeld van zo'n vraag zat in het pilotexamen van 2016, 1e tijdvak (HAVO Wiskunde A), zie Figuur 11.

Voor het onderzoek 'Sociale samenhang' in 2013 werden gegevens verzameld onder de Nederlandse bevolking. Er deden 7400 aselect getrokken personen aan dit onderzoek mee. Van de deelnemers gaven 4292 personen aan vertrouwen te hebben in de medemens.

Op basis van deze gegevens worden de volgende twee uitspraken gedaan over het percentage Nederlanders dat (in 2013) vertrouwen had in de medemens:

1 Het is meer dan 95% zeker dat het percentage Nederlanders dat vertrouwen had in de medemens, in het interval [56,6 ; 59,4] ligt.
2 Het is minder dan 95% zeker dat het percentage Nederlanders dat vertrouwen had in de medemens, in het interval [56,6 ; 59,4] ligt.

Eén van deze twee uitspraken is juist.

4p 3 Welke uitspraak is juist? Licht je antwoord met een berekening toe.

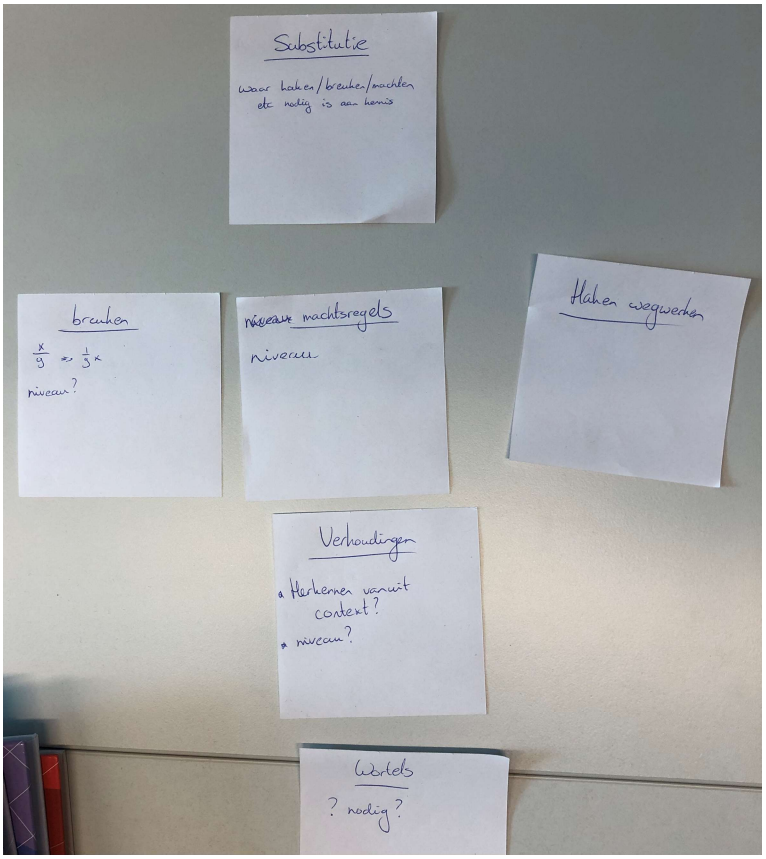
Figuur 11: Examenopgave 3, 1e tijdvak Pilot wiskunde A HAVO 2016

PLG 5 REKENREGELS EN VERHOUDINGEN 8 MAART 2019

Tijdens de laatste bijeenkomst hebben we ons verdiept in het onderwerp rekenregels en verhoudingen. Voornamelijk omdat een aantal deelnemers van het bijbehorende hoofdstuk in Getal en Ruimte voor HAVO wiskunde A niet echt enthousiast wordt. En de leerlingen al helemaal niet.

We zijn begonnen om in kleine groepjes een lijst te maken met onderdelen die wij zelf belangrijk achten voor de leerlingen. Wat vinden wij dat ze vooral moeten oefenen om het examen succesvol te maken. Daarop hebben we ons gebaseerd op de onderwerpen die aan het begin van het hoofdstuk genoemd worden (links in Figuur 12). Daaruit kwam de indeling rechts in Figuur 12.

- Werken met de wetenschappelijke notatie.
- Berekeningen maken met lengte, oppervlakte, inhoud, tijd, afstand en snelheid.
- Wat de betekenis is van machten met negatieve exponenten.
- De rekenregels voor wortels gebruiken.
- Werken met breuken en verhoudingen.
- Haakjes wegwerken.
- Het combineren van formules.



Figuur 12: Belang indeling onderwerpen wiskunde A HAVO

De belangrijkste onderwerpen werden hiermee substitutie, breuken, machtsregels en haakjes wegwerken. Verhoudingen en wortels zijn in iets mindere mate (maar toch) relevant. Vervolgens hebben we een schatting gemaakt van het percentage punten dat met het beheersen van deze vaardigheden in een examen gehaald kan worden. We realiseerden ons dat we natuurlijk niet alleen wiskundeonderwijs

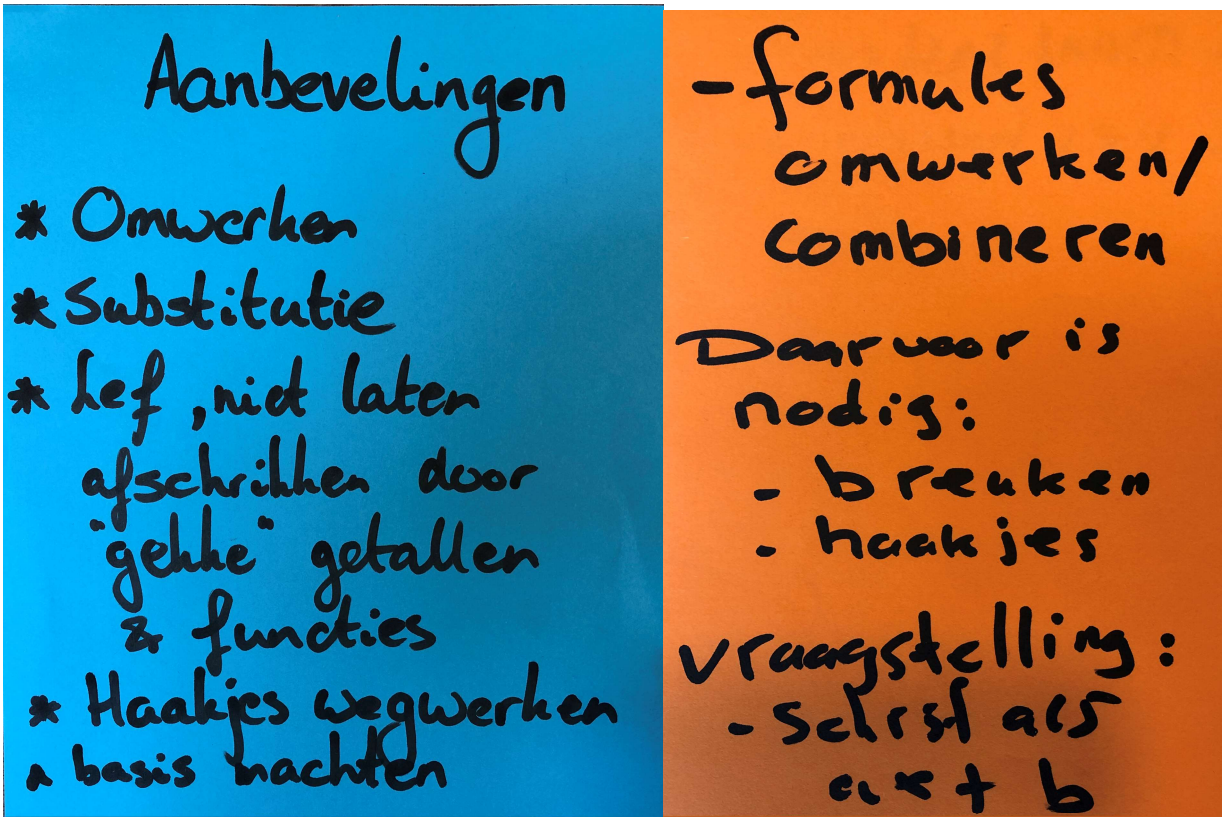
geven om examens te halen, maar het is toch een leuke controle om te weten hoeveel energie we in welke delen van onze lessen stoppen. De schattingen varieerden van 7% tot 18%.

Vervolgens zijn we in tweetallen een aantal examens HAVO wiskunde A gaan doorspitten om deze schattingen te staven. Maar belangrijker natuurlijk, om te zien

hoe sterk de vaardigheden terugkomen in de eindexamens. We hebben de examens bekeken van 2017 en 2018, zowel eerste als tweede tijdvak.

Het was een zinvolle opgave om het examen wat kritischer met deze blik te doorgronden. Ideeën en oordelen werden uitgewisseld en er werd driftig gerekend hoeveel punten met de vaardigheden verdiend konden worden.

Uiteindelijk kwamen we met de gehele groep uit op een gemiddelde van 8% van de examenpunten. Gezien dit relatief kleine aantal, zijn we als groep uitgekomen de volgende aanbevelingen, samengevat door twee groepen in Figuur 13.



Figuur 13: Aanbevelingen

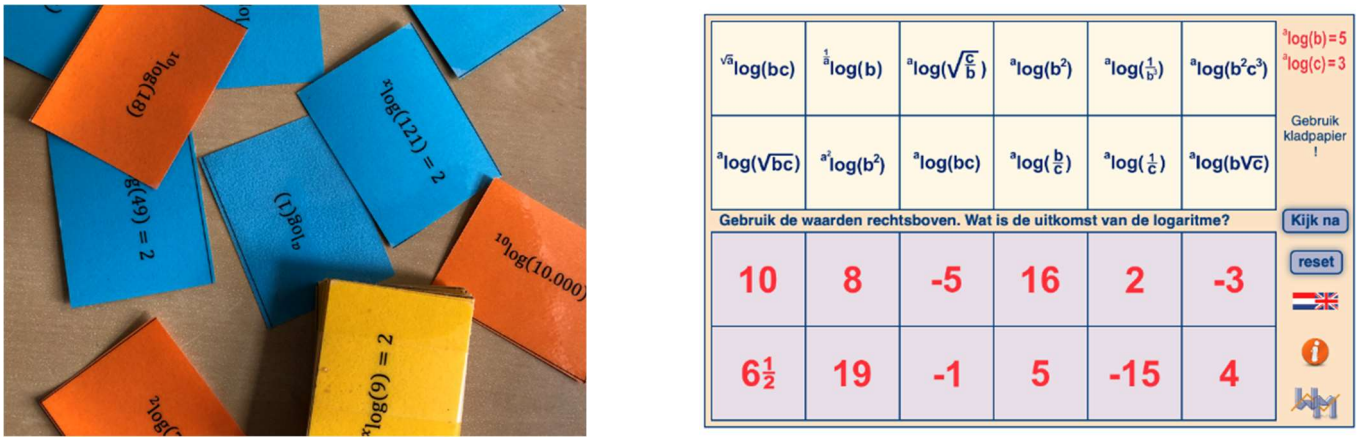
Leerlingen moeten op het schriftelijk examen vooral formules kunnen omschrijven of combineren. Daarvoor is nodig dat ze lef hebben en niet bang zijn voor ‘gekke’ getallen. Verder moeten ze vooral trainen op haakjes wegwerken, breuk-rekenen en rekenen met machten.

De tussendoortjes

In de pauze van **PLG1** hebben we in duo's het spelletje "log-worstelen" (Figuur 14) uitgeprobeerd (met dank aan Eindopdracht Vakdidactiek 2, Lerarenopleiding RUG, van Caroline Couperus en gebaseerd op http://www.teachesmath.com/?p=104).

Het is een speelse manier om leerlingen te laten rekenen met logaritmische getallen. Beide spelers krijgen evenveel kaartjes. Elke speler pakt blind de bovenste kaart en draait deze om. Elke speler moeten 'rekenen' of schatten welk getal er op het kaartje staat (of welke x de oplossing van de vergelijking is). Degene met het hoogste getal krijgt beide kaartjes en legt deze op een nieuwe stapel. Zijn de getallen even groot, dan trekken beide spelers blind een nieuwe kaart.

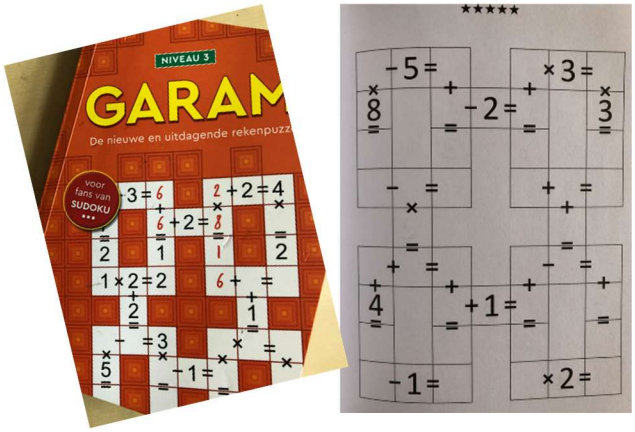
De speler die aan het eind de meeste kaartjes in de nieuwe stapel heeft, heeft gewonnen. In Bijlage 4 is een voorbeeld van een tabel te vinden die gebruikt kan worden om zelf kaartjes te maken.



Figuur 14: Logworstelen en mini-loco van Henk Reuling

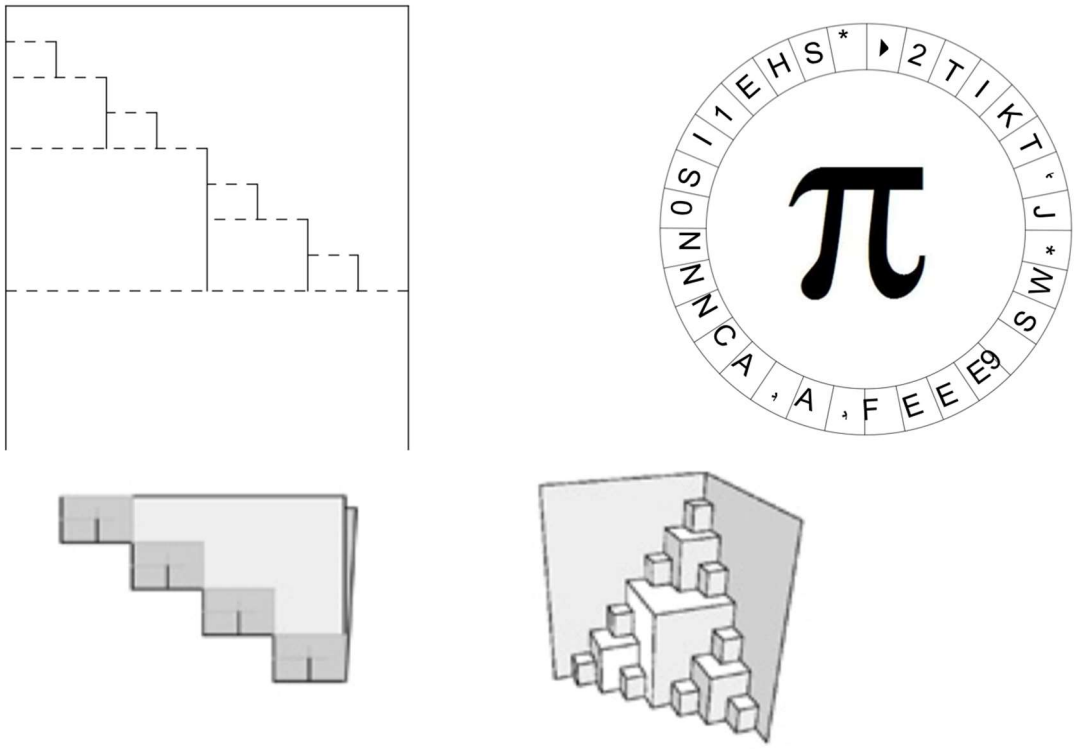
In deze speelpauze hebben we ook nog even gekeken naar de prachtige loco-mogelijkheden die op de website van Henk Reuling (www.henkreuling.nl) staan. Zie ook Figuur 14.

In de pauze van PLG 2 hebben we gepuzzeld met een GARAM; een voorbeeld is te zien is in Figuur 15.



Figuur 15: GARAM

In de pauze op 14 december, vlak voor de kerstvakantie, waren er kerstkransjes en twee leuke puzzels van de deelnemers (Bijlage 11, Bijlage 12) die geschikt zijn voor de lessen voor de kerstvakantie. Een uitleg van de fractals-kerstboom staat ook op: https://www.knutsellab.nl/knutsel.php?nummer=8. Zie Figuur 16. Wel jammer dat er die middag geen fotografen onder ons waren.

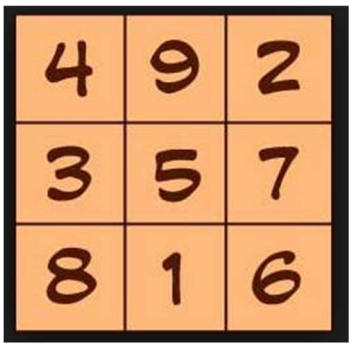


Figuur 16: Puzzels voor in de lessen voor de kerstvakantie

In de pauze van PLG 4 heeft een van de deelnemers een aantal leuke denkpuzzels getoond zoals het 'raden' van het cijfer uit het magische vierkant (Figuur 17). Deze en andere puzzels zijn te vinden in Bijlage 14.

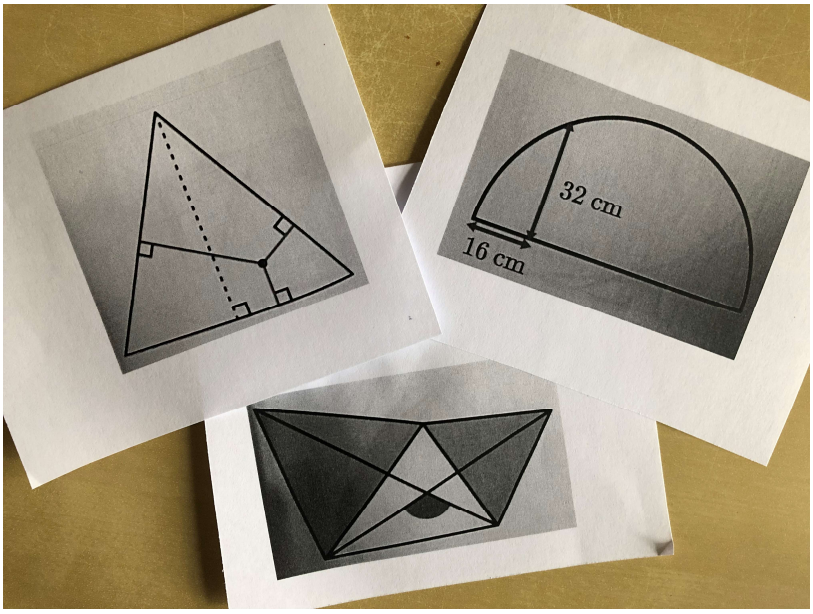
3 bij 3 magisch vierkant

Laat een leerling een rij kiezen
Laat een andere leerling een kolom kiezen
Laat een andere leerling een willekeurig getal kiezen
De volgende vermenigvuldigt die drie getallen met elkaar.
De volgende omcirkelt één getal (ongelijk 0)
Laat alle niet omcirkelde cijfers opnoemen
Tel die cijfers modulo 9 op
Het omcirkelde cijfer is 9 minus het laatste antwoord



Figuur 17: Puzzel magisch vierkant

In de pauze van PLG 5 hebben we gepuzzeld met meetkundige probleempjes uit het boek “Geometry Snacks; Bite size probems and multiple ways to solve them”. Ed Southall and Vincent Pantaloni. Tarquin, 2017. Een voorbeeld van deze Sangaku-achtige puzzeltjes is te zien in Figuur 18.



Figuur 18: Puzzels uit Geometry Snacks

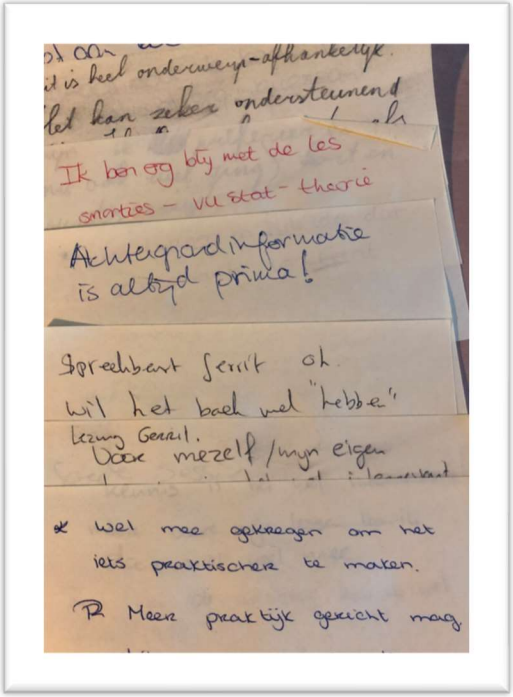
Nu konden we eens ervaren hoe vervelend het is als je ‘niet uit een som komt’.

Nawoord

Dit is het nawoord dat geschreven is voor de deelnemers.

Het geeft de sfeer weer van de samenwerking. De documenten die in de Bijlages zijn genoemd, zijn digitaal te verkrijgen door een email te sturen naar e.p.h.zeggelink@rug.nl.

Dank aan jullie allemaal voor een vruchtbare en zeer plezierige samenwerking.



De zenuwen van Evelien voor de eerste bijeenkomst waren dankzij jullie snel verdwenen.

Liet de techniek ons in de steek, dan was er altijd iemand van jullie die te hulp schoot.

Vroegen wij om een degelijke voorbereiding, dan was die er ook. Zelfs op afstand via het Youtube-kanaal.

Wilden wij graag leuke extraatjes, dan namen jullie die mee.

Hield Gerrit een spreekbeurt, dan luisterden jullie aandachtig.

Hopelijk hebben jullie volgend jaar weer zin om mee te doen om elkaar te inspireren en nuttig materiaal te ontwikkelen voor in onze lessen wiskunde.

Wij zien er in elk geval naar uit.

Gerrit

Evelien